



Fourier Transform Pairs Пары Преобразования Фурье

For every *time domain* waveform there is a corresponding *frequency domain* waveform, and vice versa. For example, a rectangular pulse in the time domain coincides with a sinc function [i.e., $\sin(x)/x$] in the frequency domain. Duality provides that the reverse is also true; a rectangular pulse in the frequency domain matches a sinc function in the time domain. Waveforms that correspond to each other in this manner are called *Fourier transform pairs*. Several common pairs are presented in this chapter.

Delta Function Pairs

Пары Треугольных(Дельта) Функций

For discrete signals, the delta function is a simple waveform, and has an equally simple Fourier transform pair. Figure 11-1a shows a delta function in the time domain, with its frequency spectrum in (b) and (c). The magnitude is a constant value, while the phase is entirely zero. As discussed in the last chapter, this can be understood by using the expansion/compression property. When the time domain is compressed until it becomes an impulse, the frequency domain is expanded until it becomes a constant value.

Для дискретных сигналов, треугольная функция - простая форма волны, и имеет одинаково простую пару преобразования Фурье(трансформанты Фурье). Рисунок 11-1а показывает треугольную функцию в домене времени, с его частотным спектром в (b) и (c). Величина - постоянное значение, в то время как фаза полностью нулевая. Как обсуждено в прошлой главе, это может быть понято, используя свойство расширения/сжатия. Когда домен времени сжат, пока это не становится импульсом, частотный домен расширен, пока это не становится постоянным значением.

In (d) and (g), the time domain waveform is shifted four and eight samples to the right, respectively. As expected from the properties in the last chapter, shifting the time domain waveform does not affect the magnitude, but adds a linear component to the phase. The phase signals in this figure have not been *unwrapped*, and thus extend only from $-\pi$ to π . Also notice that the horizontal axes in the frequency domain run from -0.5 to 0.5. That is, they show the *negative* frequencies in the spectrum, as well as the *positive* ones. The negative frequencies are redundant information, but they are often included in DSP graphs and you should become accustomed to seeing them.

В (d) и (g), форма волны домена времени сдвинута четыре и восемь выборок направо, соответственно. Как ожидается от свойств в прошлой главе, сдвигая форму волны домена времени не затрагивает величину, но прибавляет линейный компонент к фазе. Фазовые сигналы в этом рисунке не были развернуты, и вниз на простираются только от $-\pi$ до π . Также обратите внимание что на горизонтальные оси в частотном домене, выполненном от -0.5 до 0.5. То есть они показывают отрицательные частоты в спектре, также как положительные. Отрицательные частоты - избыточная информация, но они часто включаются в графики ЦОС, и Вы должны стать приученными к их наблюдению.

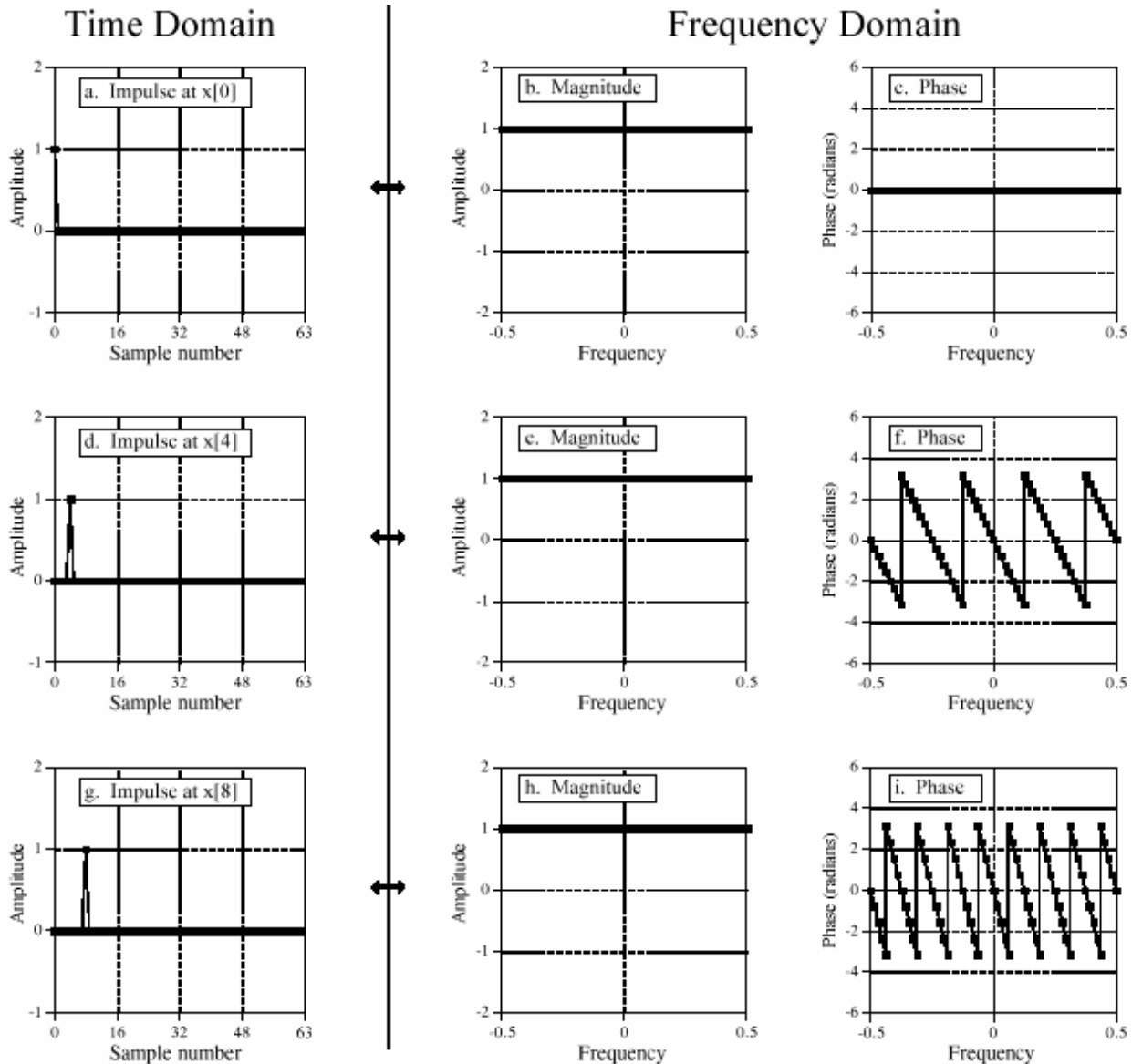


FIGURE 11-1

Delta function pairs in *polar form*. An impulse in the time domain corresponds to a constant magnitude and a linear phase in the frequency domain.

РИСУНОК 11-1. Треугольные функциональные пары в *полярной форме*. Импульс в домене времени соответствует постоянной величине и линейной фазе в частотном домене.

Figure 11-2 presents the same information as Fig. 11-1, but with the frequency domain in *rectangular form*. There are two lessons to be learned here. First, compare the polar and rectangular representations of the frequency domains. As is usually the case, the polar form is much easier to understand; the magnitude is nothing more than a constant, while the phase is a straight line. In comparison, the real and imaginary parts are sinusoidal oscillations that are difficult to attach a meaning to.

Рисунок 11-2 представляет ту же самую информацию как рис. 11-1, но с частотным доменом в *прямоугольной форме*. Имеются два урока, которые будут изучены здесь. Во первых, сравните полярные и прямоугольные представления частотных доменов. Как обычно имеет место, полярная форма - намного проще к пониманию; величина не ничто больше

чем константа, в то время как фаза - прямая линия. На сравнении, реальные и мнимые части - синусоидальные колебания, которые являются трудными прикрепить значение к.

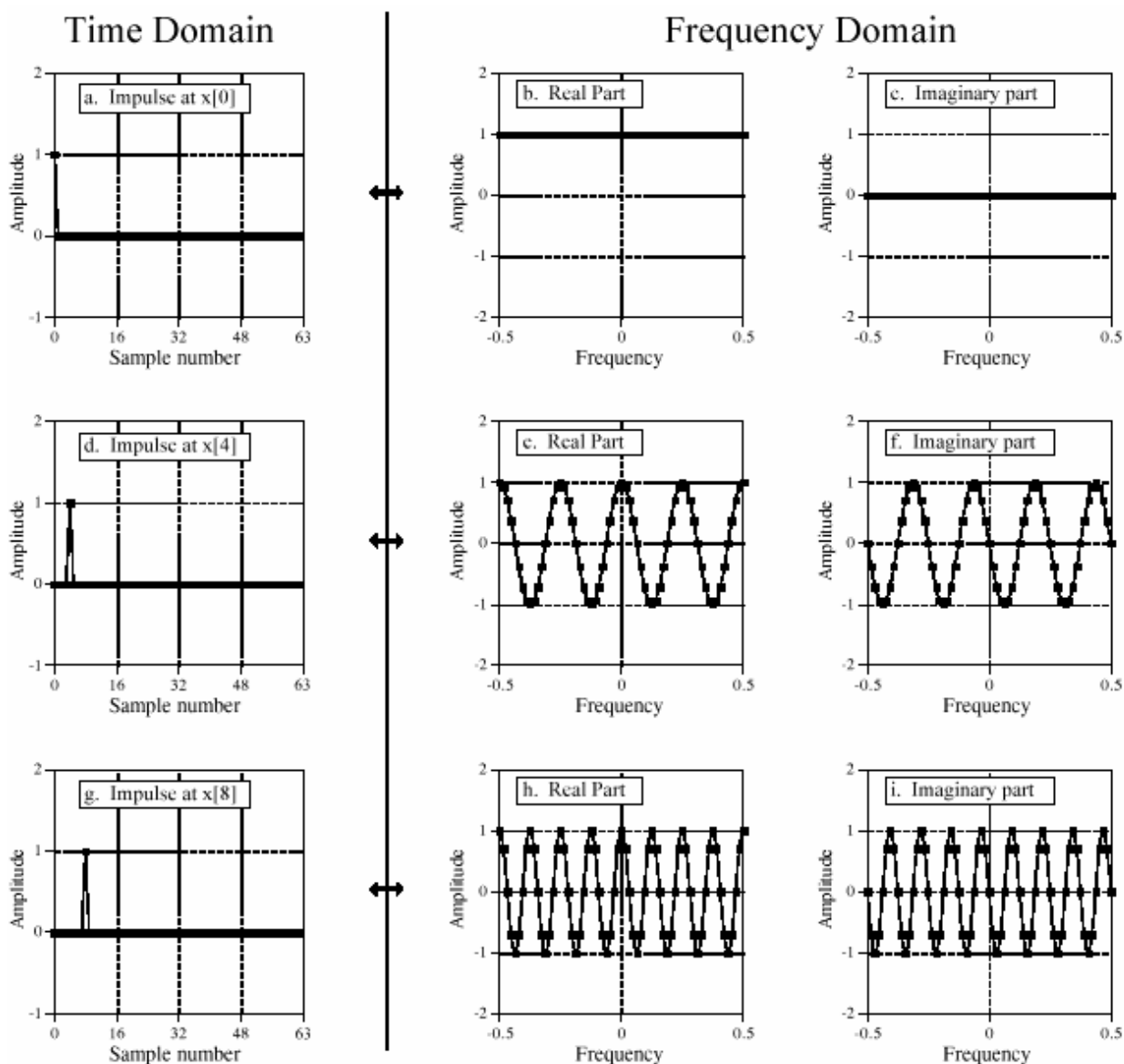


FIGURE 11-2

Delta function pairs in *rectangular form*. Each sample in the time domain results in a cosine wave in the real part, and a negative sine wave in the imaginary part of the frequency domain.

РИСУНОК 11-2. Пары дельта функций в *прямоугольной форме*.

Каждая выборка в домене времени приводит к волне косинуса в реальной(вещественной) части, и отрицательной волне синуса в мнимой(несобственной) части частотного домена.

The second interesting feature in Fig. 11-2 is the *duality* of the DFT. In the conventional view, each sample in the DFT's frequency domain corresponds to a sinusoid in the time domain. However, the reverse of this is also true, each sample in the time domain corresponds to sinusoids in the frequency domain. Including the negative frequencies in these graphs allows the duality property to be more symmetrical. For instance, Figs. (d), (e), and (f) show that an impulse at sample number four in the time domain results in four cycles of a cosine wave in the real part of the frequency spectrum, and four cycles of a negative sine wave in the imaginary part. As you recall, an impulse at sample number four in the real part of the frequency spectrum results in four cycles of a cosine wave in the time domain. Likewise, an impulse at sample number four in the

imaginary part of the frequency spectrum results in four cycles of a negative sine wave being added to the time domain wave.

Вторая интересная особенность в рис. 11-2 - *дуальность* ДПФ. В обычном представлении(виде), каждая выборка в частотном домене ДПФ передает синусоиду в домен времени. Однако, обратная сторона этого - также истина, каждая выборка в домене времени соответствует синусоидам в частотном домене. Включение отрицательных частот в этих графиках позволяет свойству дуальности быть более симметрическим. Например, рис. (d), (e), и (f) показывают, что импульс в выборке номер четыре в домене времени приводит к четырем периодам волны косинуса в вещественной части спектра частот, и четырех периодов отрицательной волны синуса в мнимой(несобственной) части. Как Вы помните, импульс в выборке номер четыре в вещественной части спектра частот приводит к четырем периодам волны косинуса в домене времени. Аналогично, импульс в выборке номер четыре в мнимой(несобственной) части спектра частот приводит к четырем периодам отрицательной волны синуса, добавляемой к волне домена времени.

As mentioned in Chapter 8, this can be used as another way to calculate the DFT (besides correlating the time domain with sinusoids). Each sample in the time domain results in a cosine wave being added to the real part of the frequency domain, and a negative sine wave being added to the imaginary part. The *amplitude* of each sinusoid is given by the *amplitude* of the time domain sample. The *frequency* of each sinusoid is provided by the *sample number* of the time domain point. The algorithm involves: (1) stepping through each time domain sample, (2) calculating the sine and cosine waves that correspond to each sample, and (3) adding up all of the contributing sinusoids. The resulting program is nearly identical to the correlation method (Table 8-2), except that the outer and inner loops are exchanged.

Как упомянуто в главе 8, это может использоваться как другой способ вычислить ДПФ (помимо нахождения в соответствии домена времени с синусоидами). Каждая выборка в домене времени приводит к волне косинуса, добавляемой к вещественной части частотного домена и отрицательной волны синуса, добавляемой к мнимой(несобственной) части. *Амплитуда* каждой синусоиды дается *амплитудой* выборки домена времени. *Частота* каждой синусоиды обеспечивается *числом выборок* домена времени. Алгоритм включает в себя (подразумевает): (1) продвижение через каждую выборку домена, (2) вычисление синус и волны косинуса, которые соответствуют каждой выборке, и (3) сложение всех составляющих синусоид. Заканчивающаяся программа почти идентична методу корреляции (Таблица 8-2), за исключением того, что внешние и внутренние циклы обменены(переданы?).

The Sinc Function

Sinc функция

Figure 11-4 illustrates a common transform pair: the *rectangular pulse* and the *sinc function* (pronounced "sink"). The sinc function is defined as: $\text{sinc}(a) = \sin(\pi a)/(\pi a)$, however, it is common to see the vague statement: "the sinc function is of the general form: $\sin(x)/x$ ". In other words, the sinc is a sine wave that decays in amplitude as $1/x$. In (a), the rectangular pulse is symmetrically centered on sample zero, making one-half of the pulse on the right of the graph and the other one-half on the left. This appears to the DFT as a single pulse because of the time domain periodicity. The DFT of this signal is shown in (b) and (c), with the *unwrapped* version in (d) and (e).

Рисунок 11-4 иллюстрирует обычную пару трансформанты: *прямоугольный импульс* и sinc функция (явный "спад"). Sinc функция определена как: $\text{sinc}(a) = \sin(\pi a)/(\pi a)$, однако,

обычно видеть неопределенную инструкцию: "sinc функция имеет общую форму: $\sin(x)/x$. Другими словами, sinc - волна синуса, которая распадается в амплитуде как $1/x$. В (а), прямоугольный импульс симметрично центрирован на выборке(реализации) нуля, делая(создавая) половину импульса, справа графика и другой половины слева. Это появляется к ДПФ как единственный импульс из-за периодичности домена времени. ДПФ этого сигнала показывается в (b) и (c), с развернутой версией в (d) и (e).

First look at the unwrapped spectrum, (d) and (e). The *unwrapped magnitude* is an oscillation that decreases in amplitude with increasing frequency. The phase is composed of all zeros, as you should expect for a time domain signal that is symmetrical around sample number zero. We are using the term *unwrapped magnitude* to indicate that it can have both positive and negative values. By definition, the *magnitude* must always be positive. This is shown in (b) and (c) where the magnitude is made all positive by introducing a phase shift of π at all frequencies where the unwrapped magnitude is negative in (d).

Во первых смотрите на развернутый спектр, (d) и (e). *Развернутая величина* - колебание, которое уменьшается в амплитуде с увеличением частоты. Фаза составлена из всех нулей, поскольку Вы должны ожидать какое-то сигнал домена времени, который является симметрическим вокруг нулевой выборки. Мы используем термин *развернутая величина*, чтобы указать, что это может иметь, и положительные и отрицательные значения. По определению, *величина* должна всегда быть положительна. Это показывают в (b) и (c), где величина сделана весь уверенной, представляя сдвиг фаз π во всех частотах, где развернутая величина - отрицательна в (d).

In (f), the signal is shifted so that it appears as one contiguous pulse, but is no longer centered on sample number zero. While this doesn't change the magnitude of the frequency domain, it does add a linear component to the phase, making it a jumbled mess. What does the frequency spectrum look like as real and imaginary parts ? Too confusing to even worry about.

В (f), сигнал сдвинут так, чтобы это появляется как один непрерывный импульс, но больше не центрировано на выборке нуля. В то время как это не изменяет величину частотного домена, это прибавляет линейный компонент к фазе, делая это перемешанным беспорядком. Что частотный спектр напоминает как реальные(вещественные) и мнимые(несобственные) части? Слишком запутывающий даже волноваться относительно.

An N point time domain signal that contains a unity amplitude rectangular pulse M points wide, has a DFT frequency spectrum given by:

N точек сигнала домена времени, который содержит единичную амплитуду единицы(амплитуду единицы) прямоугольного импульса шириной M точек, дает(получает) спектр частот ДПФ:

EQUATION 11-1. DFT spectrum of a rectangular pulse.

In this equation, N is the number of points in the time domain signal, all of which have a value of zero, except M adjacent points that have a value of one. The frequency spectrum is contained in $X[k]$, where k runs from 0 to $N/2$. To avoid the division by zero, use $X[0] = M$. The *sine* function uses radians, not degrees. This equation takes into account that the signal is *aliased*.

$$\text{Mag } X[k] = \left| \frac{\sin(\pi k M/N)}{\sin(\pi k/N)} \right|$$

11-1 УРАВНЕНИЕ. Спектр ДПФ прямоугольного импульса.

В этом уравнении, N - число точек в сигнале домена времени, все из которых имеют значение нуля, кроме смежных точек M , которые имеют значение единицы. Спектр частот содержится в $X[k]$, где k выполняется от

0 до $N/2$. Избегайте деления на нуль, использования $X[0] = M$. Синусоидальная функция использует радианы, не градусы. Это уравнение принимает во внимание, что сигнал *смешан*.

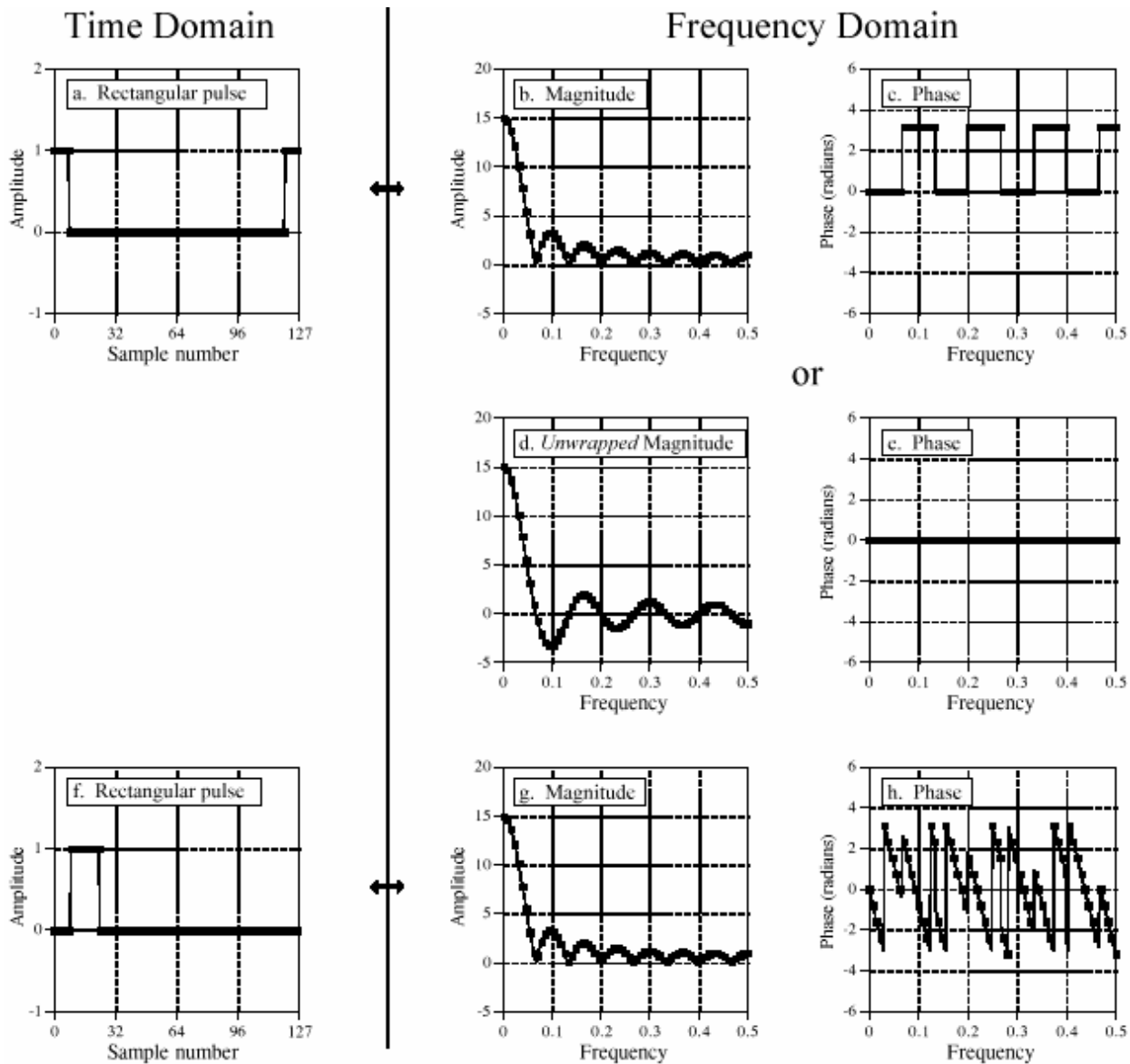


FIGURE 11-3 DFT of a rectangular pulse. A rectangular pulse in one domain corresponds to a sinc function in the other domain.

РИСУНОК 11-3. ДПФ прямоугольного импульса. Прямоугольный импульс в одном домене соответствует sinc функции в другом домене.

Alternatively, the DTFT can be used to express the frequency spectrum as a fraction of the sampling rate, f :

Альтернативно, DTFT может использоваться, чтобы выразить спектр частот как дробь(доля) частоты выборки, f :

EQUATION 11-2 Equation 11-1 rewritten in terms of the sampling frequency. The parameter, f , is the fraction of the sampling rate, running continuously from 0 to 0.5. To avoid the division by zero, use $Mag X(0) = M$.

$$Mag X(f) = \left| \frac{\sin(\pi f M)}{\sin(\pi f)} \right|$$

УРАВНЕНИЕ 11-2 Уравнение 11-1 перезаписанное в терминах выборочной частоты.

Параметр, f , является дробь(доля) частоты выборки, выполняющейся непрерывно от 0 до 0.5. Чтобы избежать деления на нуль, используйте $\text{Mag } X(0) = M$.

In other words, Eq. 11-1 provides *samples* in the frequency spectrum, $N/2 + 1$ while Eq. 11-2 provides the *continuous curve* that the samples lie on. These equations only provide the magnitude. The phase is determined solely by the left-right positioning of the time domain waveform, as discussed in the last chapter.

Другими словами, уравнение 11-1 обеспечивает *выборки* в спектре частот, $N/2+1$, в то время как уравнение 11-2 обеспечивает *непрерывную кривую*, на которой выборки лежат. Эти уравнения обеспечивают только величину. Фаза определена исключительно лево - правым позиционированием формы волны домена времени, как обсуждено в прошлой главе.

Notice in Fig. 11-3b that the amplitude of the oscillation does not decay to zero before a frequency of 0.5 is reached. As you should suspect, the waveform continues into the next period where it is *aliased*. This changes the shape of the frequency domain, an effect that is included in Eqs. 11-1 and 11-2.

Обратите внимание в рис. 11-3б, что амплитуда колебания не спадает(затухает) к нулю прежде, чем частота 0.5 достигнута. Поскольку Вы должны подозревать, форма волны продолжается в следующий период, где это *смешано*. Это изменяет форму частотного домена, эффект, который включен в уравнения, 11-1 и 11-2.

It is often important to understand what the frequency spectrum looks like when aliasing *isn't* present. This is because *discrete signals* are often used to represent or model *continuous signals*, and continuous signals don't alias. To remove the aliasing in Eqs. 11-1 and 11-2, change the denominators from $\sin(\pi kM/ N)$ to $\pi kM/ N$, and $\sin(\pi f)$ to πf respectively. Figure 11-4 shows, the significance of this. The quantity πf can only run from 0 to 1.5708, since f can only run from 0 to 0.5. Over this range there isn't much difference between $\sin(\pi f)$ and πf . At zero frequency they have the same value, and at a frequency of 0.5 there is only about a 36% difference. Without aliasing, the curve in Fig. 11-3b would show a slightly lower amplitude near the right side of the graph, and no change near the left side.

Часто важно понять то, что спектр частот напоминает, когда наложение спектров *не* существующее. Это - то, потому что *дискретные сигналы* часто используются, чтобы представлять или моделировать *непрерывные сигналы*, и непрерывные сигналы не наложения спектров(псевдо-частот, псевдонима). Чтобы удалять наложение спектров в уравнениях, 11-1 и 11-2, измените знаменатели от греха $\sin(\pi kM/ N)$ к $\pi kM/ N$ соответственно. Рисунок 11-4 показывает, значение этого. Количество πf может только работать от 0 до 1.5708, так как f может работать только от 0 до 0.5. По этому диапазону не имеется много разности между $\sin(\pi f)$ и πf . В нулевой частоте они имеют то же самое значение, и в частоте 0.5 имеется только относительно разности 36 %. Без наложения спектров, кривая в рис. 11-3б показала бы слегка более низкую амплитуду около правой стороны графика, и никакого изменения около левой стороны.

When the frequency spectrum of the rectangular pulse is *not* aliased (because the time domain signal is continuous, or because you are ignoring the aliasing), it is of the general form: i.e., a sinc function. For $\sin(x)/ x$, continuous signals, the *rectangular pulse* and the *sinc function* are Fourier transform pairs. For discrete signals this is only an approximation, with the error being due to aliasing.

Когда спектр частот прямоугольного импульса *не* смешан (потому что сигнал домена времени непрерывен, или потому что Вы игнорируете наложение спектров), это имеет общую форму: то есть, sinc функция. Для $\sin(x)/x$, непрерывных сигналов, *прямоугольный импульс* и *sinc функция* - пары преобразования Фурье(трансформант Фурье). Для дискретных сигналов это - только аппроксимация, с ошибкой, являющейся из-за наложения спектров.

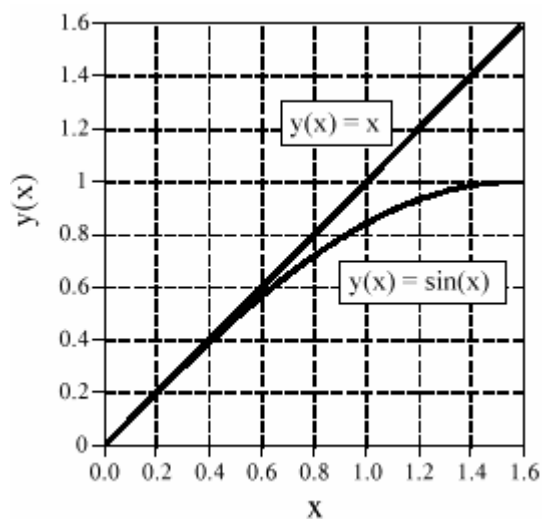
The sinc function has an annoying problem at $x = 0$ where $\sin(x)/x$ becomes *zero* divided by *zero*. This is not a difficult mathematical problem; as x becomes very small $\sin(x)$, approaches the value of x (see Fig. 11-4). This turns the sinc function into x/x which has a value of *one*. In other words, as x becomes smaller and smaller, the value of $\text{sinc}(x)$ approaches *one*, which includes $\text{sinc}(0) = 1$. Now try to tell your computer this! All it sees is a division by zero, causing it to complain and stop your program. The important point to remember is that your program must include special handling at $x = 0$ when calculating the sinc function.

Sinc функция имеет раздражающую проблему в $x = 0$, где $\sin(x)/x$ становится *нулевым* разделенным *нулем*. Это - не трудная математическая проблема; как x становится очень маленьким, $\sin(x)$ приближается к значению x (см. рис. 11-4). Это поворачивает sinc функцию в x/x , который имеет значение *единицы*. Другими словами, как x становится меньшим и меньшим, значение $\text{sinc}(x)$ приближается к *единице*, который включает $\text{sinc}(0)=1$. Теперь попытайтесь сообщить это вашему компьютеру! Все, что это видит - деление на нуль, вызывая недовольство и остановку вашей программы. Важный пункт, чтобы помнить - то, что ваша программа должна включить специальную обработку $x = 0$ при вычислении sinc функции.

FIGURE 11-4

Comparing x and $\sin(x)$. The functions: $y(x) = x$, and $y(x) = \sin(x)$ are similar for small values of x , and only differ by about 36% at $1.57(\pi/2)$. This describes how aliasing distorts the frequency spectrum of the rectangular pulse from a pure sinc function.

РИСУНОК 11-4. Сравнение x и $\sin(x)$. Функции: $y(x) = x$, и $y(x) = \sin(x)$ подобны для маленьких значений x , и только отличается примерно до 36 % в $1.57(\pi/2)$. Это описывает, как наложение спектров(псевдо-частота?) искажает спектр частот прямоугольного импульса от чистой sinc функции.



A key trait of the sinc function is the location of the **zero crossings**. These occur at frequencies where an integer number of the sinusoid's cycles fit evenly into the rectangular pulse. For example, if the rectangular pulse is 20 points wide, the first zero in the frequency domain is at the frequency that makes one complete cycle in 20 points. The second zero is at the frequency that makes two complete cycles in 20 points, etc. This can be understood by remembering how the DFT is calculated by correlation. The amplitude of a frequency component is found by multiplying the time domain signal by a sinusoid and adding up the resulting samples. If the time domain waveform is a rectangular pulse of unity amplitude, this is the same as *adding* the sinusoid's samples that are within the rectangular pulse. If this summation occurs over an integral number of the sinusoid's cycles, the result will be zero.

Ключевая черта sinc функции - расположение **нулевых пересечений**. Они происходят в частотах, где целое число циклов(периодов) синусоиды соответствует равномерно в прямоугольном импульсе. Для примера, если прямоугольный импульс – 20 точек шириной, первый нуль в частотном домене - в частоте, которая делает один полный цикл(период) в 20 точках. Второй нуль - в частоте, которая делает два полных цикла(периода) в 20 точках, и т.д. Это может быть понято, помня, как ДПФ рассчитан корреляцией. Амплитуда частотного компонента найдена, умножая(мультиплицируя) сигнал домена времени синусоидой и складывая заканчивающиеся выборки. Если форма волны домена времени - прямоугольный импульс амплитуды единицы, это - то же самое как добавление выборок синусоиды, которые являются в пределах прямоугольного импульса. Если это суммирование происходит по целому числу циклов(периодов) синусоиды, результат будет нулевой.

The sinc function is widely used in DSP because it is the Fourier transform pair of a very simple waveform, the rectangular pulse. For example, the sinc function is used in *spectral analysis*, as discussed in Chapter 9. Consider the analysis of an infinitely long discrete signal. Since the DFT can only work with *finite* length signals, N samples are selected to represent the longer signal. The key here is that "selecting N samples from a longer signal" is the same as multiplying the longer signal by a rectangular pulse. The *ones* in the rectangular pulse retain the corresponding samples, while the *zeros* eliminate them. How does this affect the frequency spectrum of the signal? Multiplying the time domain by a rectangular pulse results in the frequency domain being *convolved* with a *sinc function*. This reduces the frequency spectrum's resolution, as previously shown in Fig. 9-5a.

Sinc функция широко используется в ЦОС, потому что это - пара преобразования Фурье(трансформанты Фурье) очень простой формы волны, прямоугольного импульса. Например, sinc функция используется в спектральном анализе, как обсуждено в главе 9. Рассмотрите анализ *бесконечно* длинного дискретного сигнала. Так как ДПФ может только работать с сигналами *конечной* длины, N выборки отобраны, чтобы представить более длинный сигнал. Ключ здесь - тот "выбирающий N , выборки от более длинного сигнала" являются тем же самым как умножение более длинного сигнала прямоугольным импульсом. Те *единицы* в прямоугольном импульсе сохраняют соответствующие выборки, в то время как *нули* устраниают их. Как это затрагивает спектр частот сигнала? Умножение домена времени прямоугольным импульсом приводит к частотному домену, скрученному с sinc функцией. Это приводит разрешающую способность спектра частот, как предварительно показано в рис. 9-5а.

Other Transform Pairs

Другие Пары Трансформанты

Figure 11-5 (a) and (b) show the duality of the above: a rectangular pulse in the frequency domain corresponds to a sinc function (plus aliasing) in the time domain. Including the effects of aliasing, the time domain signal is given by:

Рисунок 11-5 (а) и (b) показывает дуальность вышеупомянутых: прямоугольный импульс в частотном домене передает sinc функцию (плюс наложение спектров) в домен времени. Включая эффекты наложения спектров, сигнал домена времени дается:

EQUATION 11-3

Inverse DFT of the rectangular pulse. In the frequency domain, the pulse has an amplitude of one, and runs from sample number 0 through sample number $M-1$. The parameter N is the length of

$$x[i] = \frac{1}{N} \frac{\sin(2\pi i(M-1/2)/N)}{\sin(\pi i/N)}$$

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

the DFT, and $x[i]$ is the time domain signal with i running from 0 to $N-1$. To avoid the division by zero, use $x[0] = (2M-1)/N$.

УРАВНЕНИЕ 11-3. Обратный ДПФ прямоугольного импульса.

В частотном домене, импульс имеет амплитуду единицы, и выполняется от выборки номер 0 до выборки номер $M-1$. Параметр N - длина ДПФ, и $x[i]$ является сигналом домена времени с i выполняющимся от 0 до $N-1$. Чтобы избежать деления на нуль, используйте $x[0] = (2M-1)/N$.

To eliminate the effects of aliasing from this equation, imagine that the frequency domain is so finely sampled that it turns into a continuous curve. This makes the time domain infinitely long with no periodicity. The DTFT is the Fourier transform to use here, resulting in the time domain signal being given by the relation:

Чтобы устранять эффекты наложения спектров от этого уравнения, вообразите, что частотный домен так точно выбранный, что это превращается в непрерывную кривую. Это делает домен времени бесконечно долгим без периодичности. DTFT - преобразование Фурье(трансформанта Фурье), чтобы использовать здесь, приводя к сигналу домена времени, даваемому отношением:

EQUATION 11-4

Inverse DTFT of the rectangular pulse. In the frequency domain, the pulse has an amplitude of one, and runs from zero frequency to the cutoff frequency, f_c , a value between 0 and 0.5. The time domain signal is held in $x[i]$ with i running from 0 to $N-1$. To avoid the division by zero, use $x[0] = 2f_c$.

$$x[i] = \frac{\sin(2\pi f_c i)}{i \pi}$$

УРАВНЕНИЕ 11-4

Инверсия(Обратное) DTFT прямоугольного импульса. В частотном домене, импульс имеет амплитуду единицы, и выполняется от нулевой частоты до частоты останова, f_c , значение между 0 и 0.5. Сигнал домена времени проведен в $x[i]$ с i выполняющимся от 0 до $N-1$. Избегают деления на нуль, используя $x[0] = 2f_c$.

This equation is very important in DSP, because the rectangular pulse in the frequency domain is the perfect *low-pass filter*. Therefore, the sinc function described by this equation is the filter kernel for the perfect low-pass filter. This is the basis for a very useful class of digital filters called the *windowed-sinc filters*, described in Chapter 15.

Это уравнение очень важно в ЦОС, потому что прямоугольный импульс в частотном домене - совершенный *фильтр нижних частот*. Поэтому, sinc функция, описанная этим уравнением - ядро фильтра для совершенного фильтра нижних частот. Это - основание для очень полезного класса цифровых фильтров называемых *windowed-sinc фильтрами* (взвешенными sinc фильтрами?, полосовыми?), описанными в главе 15.

Figures (c) and (d) show that a triangular pulse in the time domain coincides with a sinc function *squared* (plus aliasing) in the frequency domain. This transform pair isn't as important as the *reason* it is true. A point $2M + 1$ triangle in the time domain can be formed by convolving an M point rectangular pulse with itself. Since convolution in the time domain results in multiplication in the frequency domain, convolving a waveform with itself will *square* the frequency spectrum.

Рисунки (c) и (d) показывают, что треугольный импульс в домене времени совпадает с *возведенной в квадрат* sinc функцией (плюс наложение спектров) в частотном домене. Эта пара трансформанты не столь же важна как причина, что это является *истинным*. Точка $2M+1$ треугольника в домене времени может быть сформирована, скручивая M точку прямоугольного импульса с собой. Так как скручивание в домене времени приводит к умножению в частотном домене, скручивая форму волны с собой *возведет в квадрат* спектр частот.

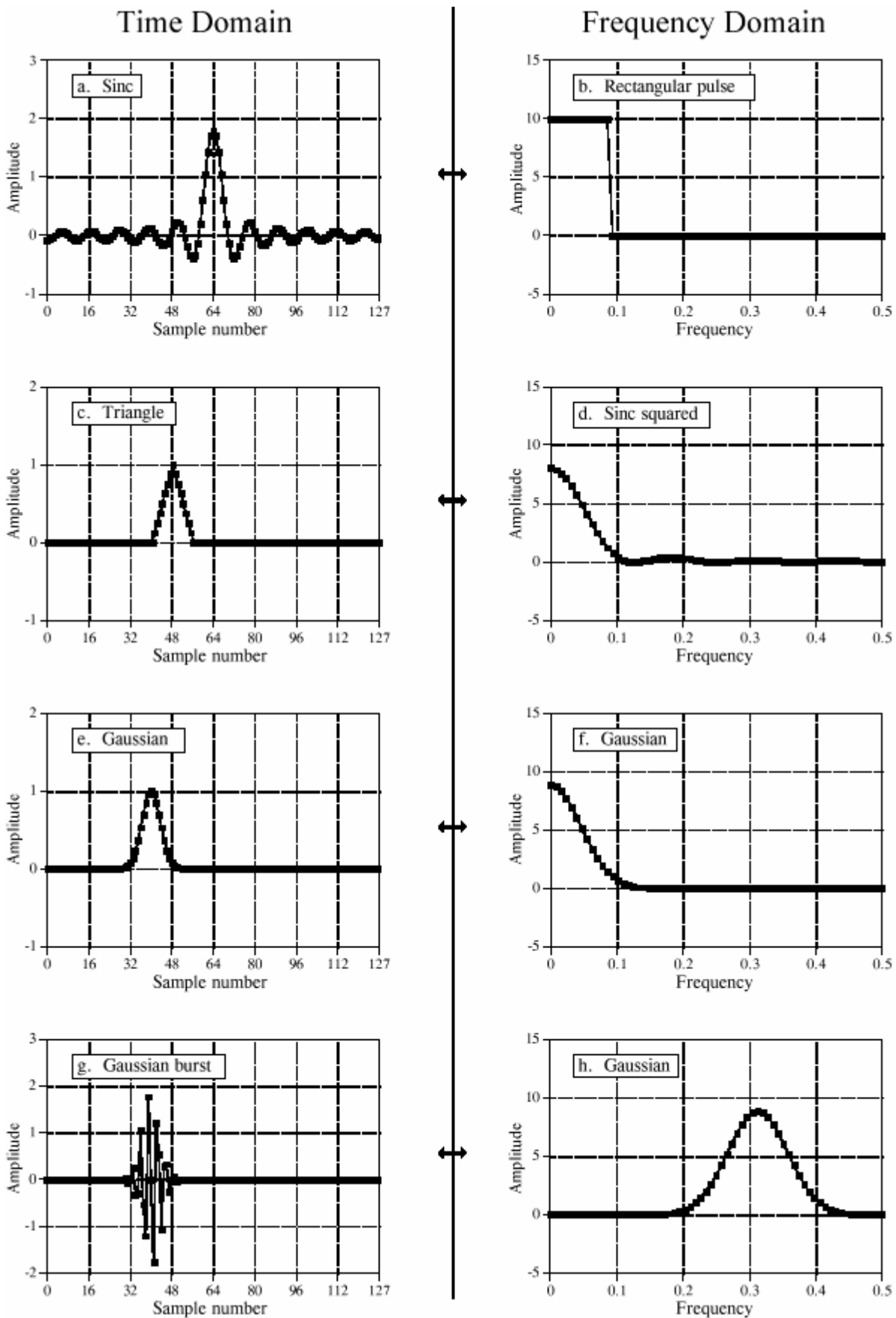


FIGURE 11-5. Common transform pairs.

РИСУНОК 11-5. Обычные пары трансформант(преобразований).

Is there a waveform that is its own Fourier Transform? The answer is yes, and there is *only* one: the Gaussian. Figure (e) shows a Gaussian curve, and (f) shows the corresponding frequency spectrum, also a Gaussian curve. This relationship is only true if you ignore aliasing. The relationship between the standard deviation of the time domain and frequency domain is given by: $2\pi\sigma_f = 1/\sigma_t$. While only one side of a Gaussian is shown in (f), the negative frequencies in the spectrum complete the full curve, with the center of symmetry at zero frequency.

Имеется форма волны, которая является ее собственным преобразованием Фурье(трансформантой Фурье)? Ответ - да, имеется и *только* одна: кривая Гауссиана(кривая нормального распределения). Рисунок (e) показывает, что кривая Гауссиана(нормального распределения), и (f) показывает соответствующий спектр частот, также кривую Гауссиана(нормального распределения). Эти отношения - истина, если только Вы игнорируете наложение спектров. Отношения между среднеквадратичным отклонением домена(области) времени и частотного домена(области) даются: $2\pi\sigma_f = 1/\sigma_t$. В то время как только одна сторона Гауссиана показывается в (f), отрицательные частоты в спектре заканчивают полную кривую, с центром симметрии в нулевой частоте.

Figure (g) shows what can be called a **Gaussian burst**. It is formed by multiplying a sine wave by a Gaussian. For example, (g) is a sine wave multiplied by the same Gaussian shown in (e). The corresponding frequency domain is a Gaussian centered somewhere other than zero frequency. As before, this transform pair is not as important as the *reason* it is true. Since the time domain signal is the multiplication of two signals, the frequency domain will be the convolution of the two frequency spectra. The frequency spectrum of the sine wave is a delta function centered at the frequency of the sine wave. The frequency spectrum of a Gaussian is a Gaussian centered at zero frequency. Convoluting the two produces a Gaussian centered at the frequency of the sine wave. This should look familiar; it is identical to the procedure of *amplitude modulation* described in the last chapter.

Рисунок (g) показывает то, что может называться **Гауссовым импульсом(выбросом, всплеском; радиолокационный сигнал в виде разрывной последовательности импульсов)**. Это сформировано, умножая(мультиплицируя) волну синуса Гауссином. Например, (g) - волна синуса, мультиплицированная(умноженная) тот же самый Гауссиан показанный в (e). Соответствующий частотный домен Гауссиан центрирован где-нибудь в другой чем нулевая частота. Как прежде, эта пара трансформанты не столь важна как *причина*, это является истинным. Так как сигнал домена времени - умножение двух сигналов, частотный домен будет скручивание из двух частотных спектров. Спектр частот волны синуса – треугольная(дельта) функция, центрированная в частоте волны синуса. Спектр частот Гауссиан - Гауссиан центрирован в нулевой частоте. Скручивание этих двух производит Гауссиан центрированный в частоте волны синуса. Это должно выглядеть знакомым; это идентично процедуре *амплитудной модуляции*, описанной в прошлой главе.

Gibbs Effect **Эффект Гиббса**

Figure 11-6 shows a time domain signal being synthesized from sinusoids. The signal being reconstructed is shown in the last graph, (h). Since this signal is 1024 points long, there will be 513 individual frequencies needed for a complete reconstruction. Figures (a) through (g) show what the reconstructed signal looks like if only *some* of these frequencies are used. For example, (f) shows a reconstructed signal using frequencies 0 through 100. This signal was created by taking the DFT of the signal in (h), setting frequencies 101 through 512 to a value of zero, and then using the Inverse DFT to find the resulting time domain signal.

Рисунок 11-6 показывает сигнал домена времени, синтезируемый от синусоид. Восстанавливаемый сигнал показывается в последнем графике, (h). Так как этот сигнал - 1024 точки длиной, будут иметься 513 индивидуальных частот, необходимых для полной реконструкции. Рисунки от (a) до (g) показывают то, что восстановленный сигнал напоминает, если используются только некоторые из этих частот. Например, (f) показывает восстановленный сигнал, используя частоты 0 до 100. Этот сигнал был создан, беря ДПФ сигнала в (h), устанавливая частоты 101 до 512 к значению нуля, и затем используя Обратный ДПФ, чтобы найти заканчивающийся сигнал домена времени.

As more frequencies are added to the reconstruction, the signal becomes closer to the final solution. The interesting thing is *how* the final solution is approached at the *edges* in the signal. There are three sharp edges in (h). Two are the edges of the rectangular pulse. The third is between sample numbers 1023 and 0, since the DFT views the time domain as periodic. When only some of the frequencies are used in the reconstruction, each edge shows *overshoot* and *ringing* (decaying oscillations). This overshoot and ringing is known as the **Gibbs effect**, after the mathematical physicist Josiah Gibbs, who explained the phenomenon in 1899.

Поскольку большее количество частот добавлено к реконструкции, сигнал становится ближе к конечному(заключительному) решению. Интересная вещь состоит в том, *как* к конечному(заклучительному) решению приближаются *границы* в сигнале. Имеются три крутых фронта в (h). Две – границы(срезы) прямоугольного импульса. Третья - между выборками 1023 и 0, так как ДПФ рассматривает домен времени как периодический. Когда только некоторые из частот используются в реконструкции, каждая грань показывает *перерегулирование*(выброс на фронте импульса) и *звон*(переходный процесс в виде затухающих колебаний). Это перерегулирование и звон известны как **эффект Гиббса**, по имени математического физика Джозефсона Гиббса, который объяснил это явление в 1899.

Look closely at the overshoot in (e), (f), and (g). As more sinusoids are added, the *width* of the overshoot decreases; however, the *amplitude* of the overshoot remains about the same, roughly 9 percent. With discrete signals this is not a problem; the overshoot is eliminated when the last frequency is added. However, the reconstruction of continuous signals cannot be explained so easily. An infinite number of sinusoids must be added to synthesize a continuous signal. The problem is, the amplitude of the overshoot does not decrease as the number of sinusoids approaches infinity, it stays about the same 9%. Given this situation (and other arguments), it is reasonable to question if a summation of continuous sinusoids *can* reconstruct an edge. Remember the squabble between Lagrange and Fourier?

Смотрите ближе на перерегулирование в (e), (f), и (g). Поскольку большее количество синусоид добавлено, ширина перерегулирования уменьшается; однако, амплитуда перерегулирования остается относительно той же самой, грубо 9 процентов. С дискретными сигналами это - не проблема; перерегулирование устранено, когда последняя частота добавлена. Однако, реконструкцию непрерывных сигналов нельзя объяснить так легко. Бесконечное число синусоид должно быть добавлено, чтобы синтезировать непрерывный сигнал. Проблема, амплитуда перерегулирования не уменьшается как число синусоид приближается к бесконечности, это остается относительно той же самой 9 %. Данная ситуация (и другие аргументы), это разумно к вопросу, что суммирование непрерывных синусоид может восстанавливать край(фронт). Помните ссору между Лагранжем и Фурье?

The critical factor in resolving this puzzle is that the *width* of the overshoot becomes smaller as more sinusoids are included. The overshoot is still present with an infinite number of sinusoids, but it has *zero* width. Exactly at the discontinuity the value of the reconstructed signal converges to the midpoint of the step. As shown by Gibbs, the summation converges to the signal in the sense that the *error* between the two has zero energy. Problems related to the Gibbs effect are frequently encountered in DSP. For example, a low-pass filter is a *truncation* of the higher frequencies, resulting in overshoot and ringing at the edges in the *time domain*. Another common procedure is to truncate the ends of a time domain signal to prevent them from extending into neighboring periods. By duality, this distorts the edges in the *frequency domain*. These issues will resurface in future chapters on filter design.

Критический фактор в решении этой проблемы - то, что ширина перерегулирования становится меньшей, поскольку большее количество синусоид включено. Перерегулирование - все еще представлено бесконечным числом синусоид, но это имеет *нулевую* ширину. Точно в разрыве значение восстановленного сигнала сходится к середине(средней точке) шага. Как показано Гиббсом, суммирование сходится к сигналу в смысле, что *ошибка* между этими двумя имеет нулевую энергию. С проблемами, связанными с эффектом Гиббса часто сталкиваются в ЦОС. Например, фильтр нижних частот - *усечение* более высоких частот, приводит к перерегулированию и звону в гранях в *домене времени*. Другая обычная процедура должна усечь концы сигнала домена времени, чтобы предотвратить их от распространения(продления) в соседние периоды. Дуальностью, это искажает грани в *частотном домене*. Эти проблемы будут вынырнут на поверхность в будущих главах по проекту фильтра.

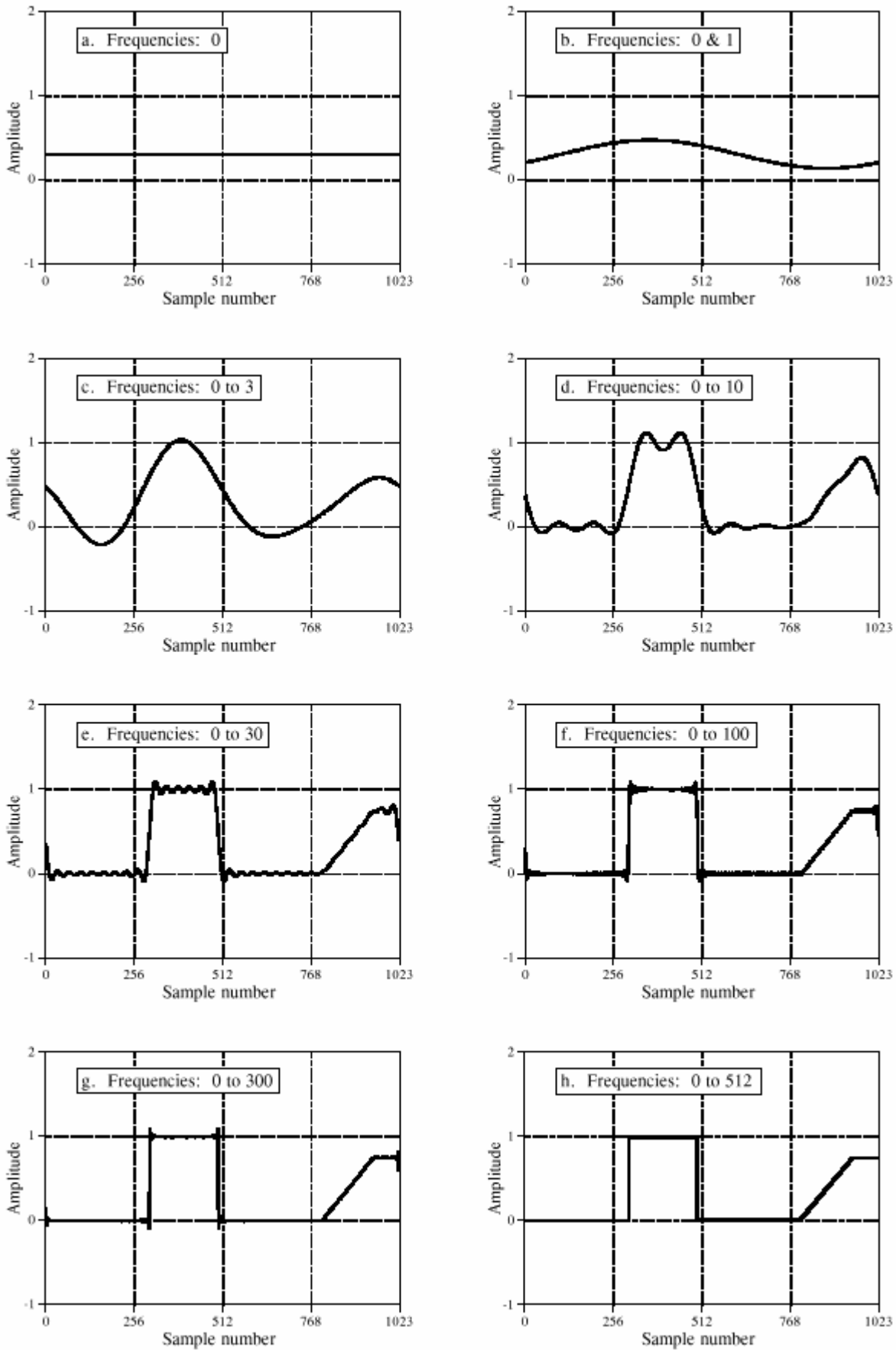


FIGURE 11-6. The Gibbs effect.

РИСУНОК 11-6. Эффект Гиббса.

Harmonics

Гармоники

If a signal is periodic with frequency f , the only frequencies composing the signal are integer multiples of f , i.e., f , $2f$, $3f$, $4f$, etc. These frequencies are called **harmonics**. The **first harmonic** is f , the **second harmonic** is $2f$, the **third harmonic** is $3f$, and so forth. The first harmonic (i.e., f) is also given a special name, the **fundamental frequency**. Figure 11-7 shows an example. Figure (a) is a pure sine wave, and (b) is its DFT, a single peak. In (c), the sine wave has been distorted by poking in the tops of the peaks. Figure (d) shows the result of this distortion in the frequency domain. Because the distorted signal is periodic with the same frequency as the original sine wave, the frequency domain is composed of the original peak plus harmonics. Harmonics can be of any amplitude; however, they usually become smaller as they increase in frequency. As with any signal, *sharp edges* result in *higher frequencies*. For example, consider a common TTL logic gate generating a 1 kHz square wave. The edges rise in a few nanoseconds, resulting in harmonics being generated to nearly 100 MHz, the *ten-thousandth* harmonic!

Если сигнал периодический с частотой f , единственные частоты, составляющие сигнал - кратные f , то есть, f , $2f$, $3f$, $4f$, и т.д. Эти частоты называются **гармониками**. **Первая гармоника** - f , **вторая гармоника** - $2f$, **третья гармоника** - $3f$, и т.д. Первой гармонике (то есть, f) также дают специальное название, **Собственная(Основная) частота**. Рисунок 11-7 показывает пример. Рисунок (а) - чистая волна синуса, и (b) - его ДПФ, единственный(отдельный) пик. В (с), волна синуса была искажена, записью по машинному адресу(записью в ячейку оперативной памяти) в верхних частях пиков. Рисунок (d) показывает результат этого искажения в частотном домене. Поскольку искаженный сигнал периодический с той же самой частотой как первоначальная волна синуса, частотный домен составлен из первоначального о пика плюс гармоники. Гармоники могут иметь любую амплитуду; однако, они обычно станут меньшими, поскольку они увеличиваются в частоте. Как с любым сигналом, *крутые фронты* приводят к более *высоким частотам*. Например, полагайте, обычный вентиль(логический элемент) ТТЛ, генерирующий квадратную волну 1 кГц. Грани повышаются в нескольких наносекундах, приводя к гармоникам сгенерированным почти 100 МГц, *десяти-тысячная* гармоника!

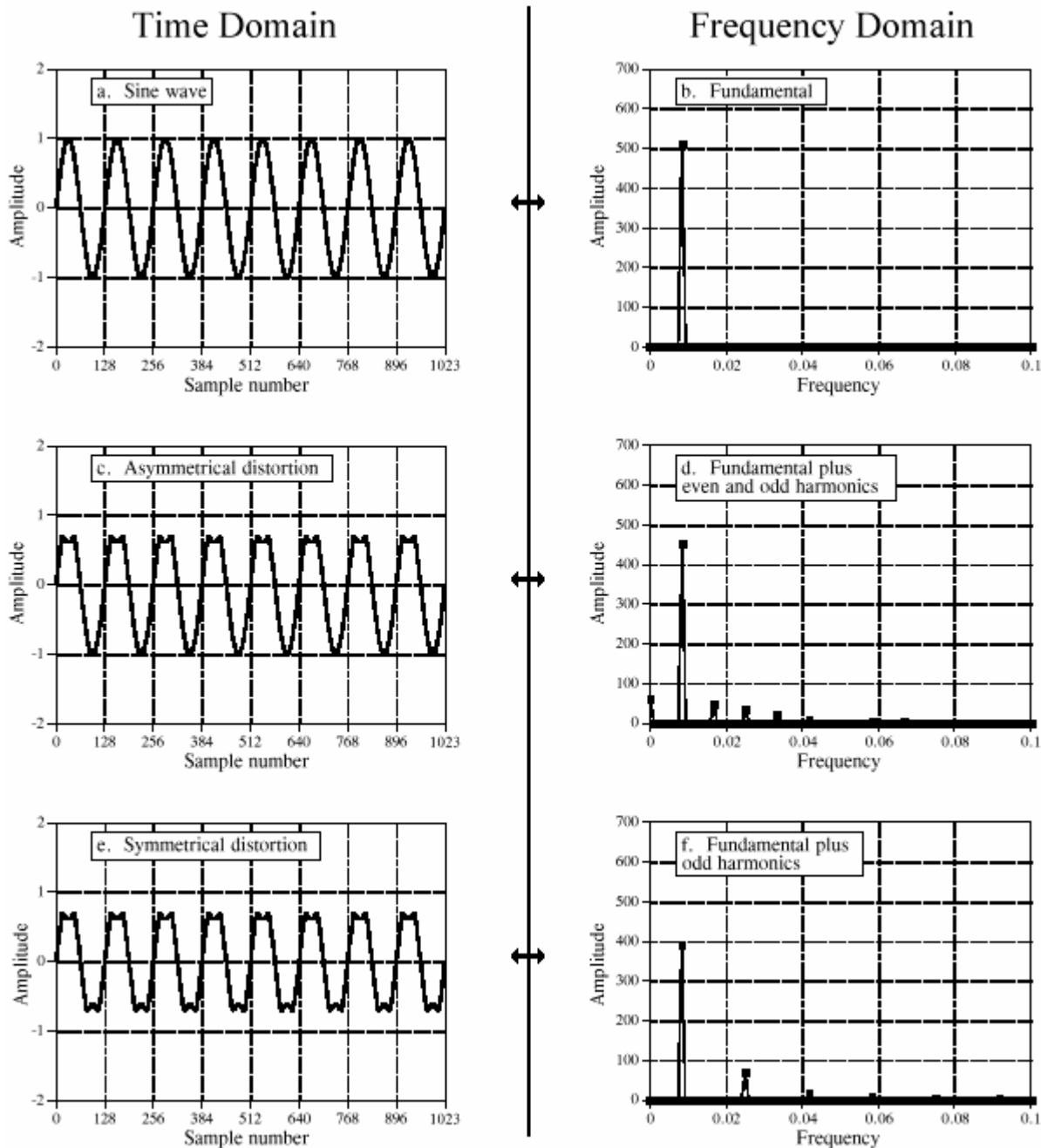


FIGURE 11-7

Example of harmonics. Asymmetrical distortion, shown in (c), results in even and odd harmonics, (d), while symmetrical distortion, shown in (e), produces only even harmonics, (f).

РИСУНОК 11-7. Пример гармоник. Асимметричное искажение, показанное в (c), приводит даже и нечетные гармоники, (d), в то время как к симметричному искажению, показанному в (e), производит только четные гармоники, (f).

Figure (e) demonstrates a subtlety of harmonic analysis. If the signal is symmetrical around a horizontal axis, i.e., the top lobes are mirror images of the bottom lobes, all of the even harmonics will have a value of zero. As shown in (f), the only frequencies contained in the signal are the fundamental, the third harmonic, the fifth harmonic, etc.

Рисунок (e) демонстрирует тонкость гармонического анализа. Если сигнал симметричный вокруг горизонтальной оси, то есть, высшие лепестки - зеркальные изображения лепестков основания, все четный гармоники будут иметь значение нуля. Как показано в (f),

единственные частоты, содержащиеся в сигнале - основное правило, третья гармоника, пятая гармоника, и т.д.

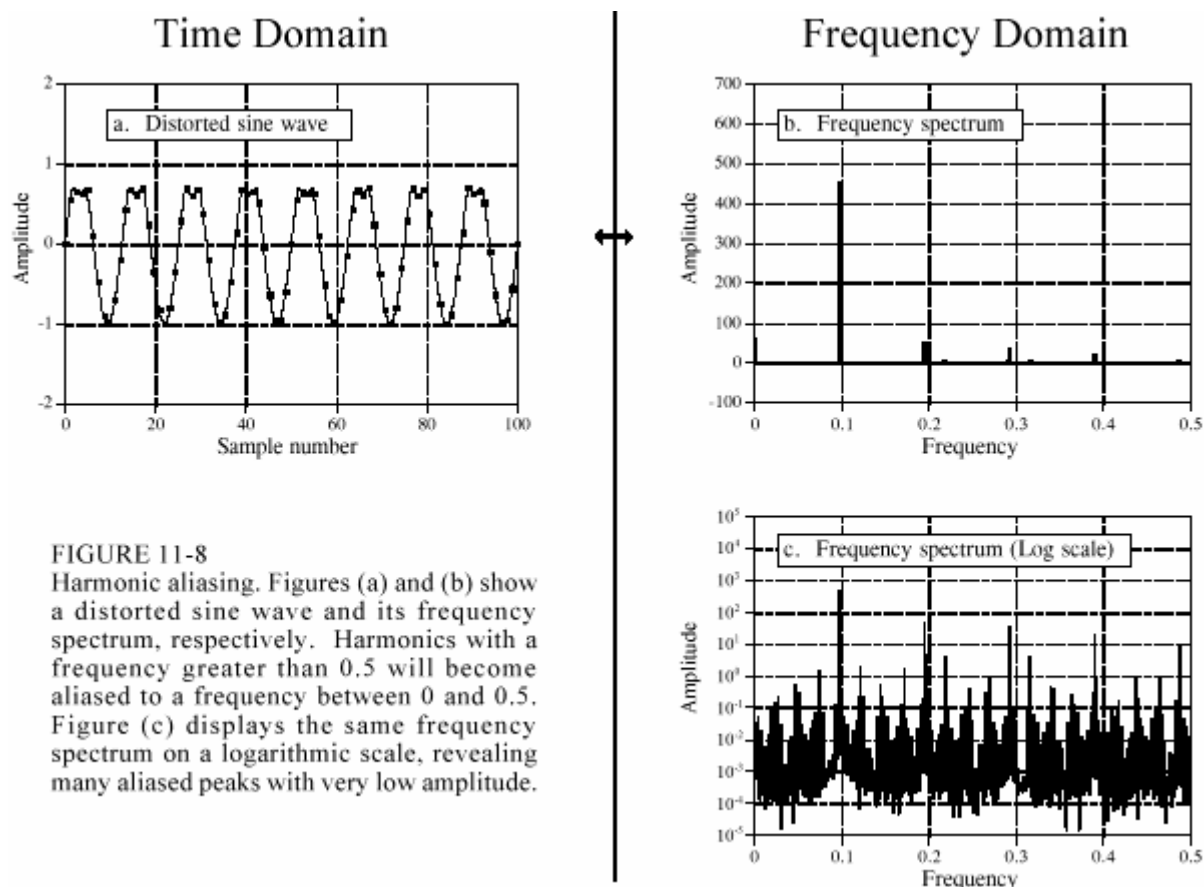


FIGURE 11-8 Harmonic aliasing. Figures (a) and (b) show a distorted sine wave and its frequency spectrum, respectively. Harmonics with a frequency greater than 0.5 will become aliased to a frequency between 0 and 0.5. Figure (c) displays the same frequency spectrum on a logarithmic scale, revealing many aliased peaks with very low amplitude.

FIGURE 11-8 Harmonic aliasing. Figures (a) and (b) show a distorted sine wave and its frequency spectrum, respectively. Harmonics with a frequency greater than 0.5 will become aliased to a frequency between 0 and 0.5. Figure (c) displays the same frequency spectrum on a logarithmic scale, revealing many aliased peaks with very low amplitude.

РИСУНОК 11-8. Гармоническое наложение спектров.

Рисунки (а) и (б) показывают искаженную волну синуса и ее спектр частот, соответственно. Гармоники с частотой больше чем 0.5 станут смешанным к частоте между 0 и 0.5. Рисунок (с) отображает тот же самый спектр частот в логарифмическом масштабе, показывая много смешанных пиков с очень низкой амплитудой.

All *continuous* periodic signals can be represented as a summation of harmonics, just as described. *Discrete* periodic signals have a problem that disrupts this simple relation. As you might have guessed, the problem is *aliasing*. Figure 11-8a shows a sine wave distorted in the same manner as before, by poking in the tops of the peaks. This waveform looks much less regular and smooth than in the previous example because the sine wave is at a much higher frequency, resulting in fewer samples per cycle. Figure (b) shows the frequency spectrum of this signal. As you would expect, you can identify the fundamental and harmonics. This example shows that harmonics can extend to frequencies greater than 0.5 of the sampling frequency, and will be *aliased* to frequencies somewhere between 0 and 0.5. You don't notice them in (b) because their amplitudes are too low. Figure (c) shows the frequency spectrum plotted on a logarithmic scale to reveal these low amplitude aliased peaks. At first glance, this spectrum looks like random noise. It isn't; this is a result of the many harmonics overlapping as they are aliased.

Все *непрерывные* периодические сигналы могут быть представлены как суммирование гармоник, также, как описано. *Дискретные* периодические сигналы имеют проблему, ко-

(с) АВТЭКС, Санкт-Петербург, <http://www.autex.spb.ru>, e-mail: info@autex.spb.ru

торая нарушает это простое отношение. Поскольку Вы могли бы предположить, проблема - *наложение спектров*. Рисунок 11-8а показывает волну синуса, искаженную тем же самым способом как прежде, записывая по машинному адресу в верхних частях пиков. Эта форма волны выглядит намного менее регулярной и гладкой чем в предыдущем примере, потому что волна синуса - в намного более высокой частоте, приводя к меньшему количеству выборок в цикл(период). Рисунок (b) показывает спектр частот этого сигнала. Поскольку Вы ожидали бы, Вы можете идентифицировать основное правило и гармоники. Этот пример показывает, что гармоники могут простираться на частоты больше 0.5 до выборочной частоты, и будут *смешаны* к частотам где-нибудь между 0 и 0.5. Вы не обращаете внимание на них в (b), потому что их амплитуды слишком низки. Рисунок (c) показывает, спектр частот что составил график в логарифмическом масштабе, чтобы показать эти низкие амплитудные смешанные пики. На первый взгляд, этот спектр напоминает случайный шум. Это не; это - результат многих гармоник, накладывающихся, поскольку они смешаны.

It is important to understand that this example involves distorting a signal *after* it has been digitally represented. If this distortion occurred in an analog signal, you would remove the offending harmonics with an antialias filter *before* digitization. Harmonic aliasing is only a problem when nonlinear operations are performed directly on a discrete signal. Even then, the amplitude of these aliased harmonics is often low enough that they can be ignored.

Важно понять, что этот пример включает в себя(подразумевает) искажение сигнала после того, как это было представлено в цифровой форме. Если бы это искажение произошло в аналоговом сигнале, Вы удалили бы вредные гармоники с фильтром для устранения эффекта наложения спектров *перед* преобразованием в цифровую форму. Гармоническое наложение спектров - проблема, только когда нелинейные операции выполнены непосредственно на дискретном сигнале. Даже тогда, амплитуда этих смешанных гармоник - часто достаточно низка, что они могут игнорироваться.

The concept of harmonics is also useful for another reason: it explains why the DFT views the time and frequency domains as *periodic*. In the frequency domain, an N point DFT consists of $N/2+1$ equally spaced frequencies. You can view the frequencies *between* these samples as (1) having a value of zero, or (2) not existing. Either way they don't contribute to the synthesis of the time domain signal. In other words, a *discrete* frequency spectrum consists of *harmonics*, rather than a continuous range of frequencies. This requires the time domain to be periodic with a frequency equal to the lowest sinusoid in the frequency domain, i.e., the fundamental frequency. Neglecting the DC value, the lowest frequency represented in the frequency domain makes one complete cycle every N samples, resulting in the time domain being periodic with a period of N . In other words, if one domain is *discrete*, the other domain must be *periodic*, and vice versa. This holds for all four members of the Fourier transform family. Since the DFT views both domains as discrete, it must also view both domains as periodic. The samples in each domain represent harmonics of the periodicity of the opposite domain.

Концепция гармоник также полезна по другой причине: это объясняет, почему ДПФ рассматривает домены времени и частоты как *периодические*. В частотном домене, ДПФ точки N состоит из $N/2+1$ одинаково раздельной частоты. Вы можете рассматривать частоты *между* этими выборками как (1) наличие значение нуля, или (2) не существующий. Любым путем они не способствуют синтезу сигнала домена времени. Другими словами, *дискретный* спектр частот состоит из скорее *гармоник*, чем из непрерывного диапазона частот. Это требует, чтобы домен времени, был периодическим с частотой равной самой низкой синусоиде в частотном домене, то есть, основной частоте. Пренебрегая значением постоянного тока, самая низкая частота, представленная в частотном домене делает один полный цикл(период) каждые N выборки, приводя к домену времени, являющемуся периодическим с периодом N . Другими словами, если один домен *дискретен*, другой домен должен быть *периодическим*, и наоборот. Это держится для всех четырех членов семейства преобразования Фурье(трансформант Фурье). Так как ДПФ рассматривает оба домена, как дискретные, это должно также рассматривать оба домена как периодические. Выборки в каждом домене представляют гармоники периодичности противоположного домена.

Chirp Signals

Сигналы Щибета

Chirp signals are an ingenious way of handling a practical problem in echo location systems, such as radar and sonar. Figure 11-9 shows the frequency response of the chirp system. The magnitude has a constant value of one, while the phase is a parabola:

Сигналы щибета - изобретательный путь обработки практической проблемы в системах расположения эхо, типа радара и гидролокатора. Рисунок 11-9 показывает частотные характеристики системы щибета. Величина имеет постоянное значение единицы, в то время как фаза - парабола:

EQUATION 11-7
Phase of the chirp system.

$$\text{Phase } X[k] = \alpha k + \beta k^2$$

УРАВНЕНИЕ 11-7
Фаза системы щибета.

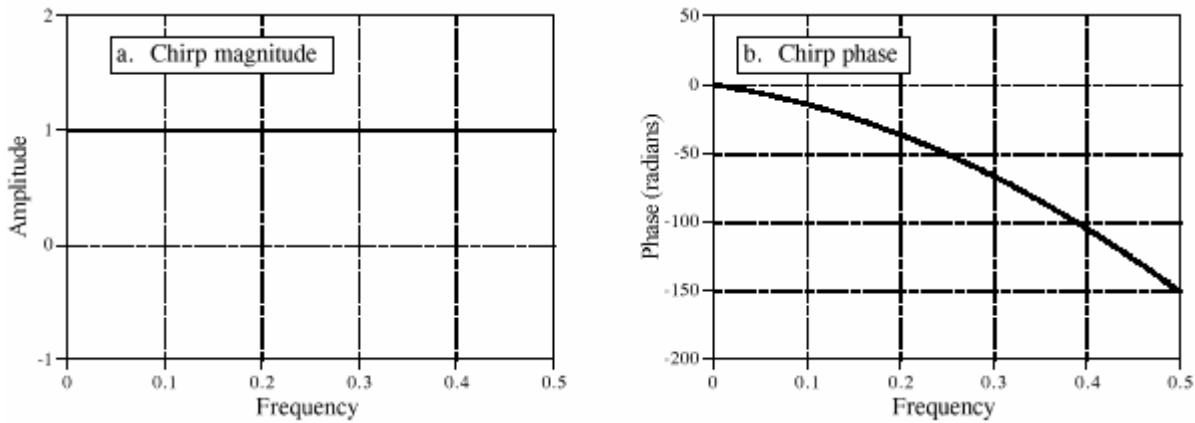


FIGURE 11-9
Frequency response of the chirp system. The magnitude is a constant, while the phase is a parabola.

РИСУНОК 11-9
Частотная характеристика системы щибета. Величина - константа, в то время как фаза - парабола.

The parameter α introduces a linear slope in the phase, that is, it simply shifts the impulse response left or right as desired. The parameter β controls the *curvature* of the phase. These two parameters must be chosen such that the phase at frequency 0.5 (i.e. $k = N/2$) is a multiple of 2π . Remember, whenever the phase is directly manipulated, frequency 0 and 0.5 must both have a phase of zero (or a multiple of 2π , which is the same thing).

Параметр α представляет линейный наклон в фазе, то есть это просто сдвигает ответ импульса, влево или вправо как желательно. Параметр β управляет кривизной фазы. Эти два параметра должны быть выбраны такими, что фаза в частоте 0.5 (то есть $k = N/2$) является множителем(кратным) 2π . Помните, всякий раз, когда фаза непосредственно управляется, частота 0 и 0.5 должна обоим иметь фазу нуля (или множитель(кратное) 2π , который является той же самой вещью).

Figure 11-10 shows an impulse entering a chirp system, and the impulse response exiting the system. The impulse response is an oscillatory burst that starts at a low frequency and changes to a high frequency as time progresses. This is called a *chirp* signal for a very simple reason: it sounds like the chirp of a bird when played through a speaker.

Рисунок 11-10 показывает импульс, входящий в систему щибета, и импульсную передаточную функцию, выходящую из системы. Импульсная передаточная функция - колебательный импульс, который начинается в низкой частоте и изменяется к высокой частоте, поскольку время прогрессирует. Это называется сигналом *щибета* по очень простой причине: это кажется подобно щибету птицы когда проиграно динамиком.

The key feature of the chirp system is that it is completely *reversible*. If you run the chirp signal through an *antichirp* system, the signal is again made into an impulse. This requires the antichirp system to have a magnitude of one, and the *opposite* phase of the chirp system. As discussed in the last chapter, this means that the impulse response of the antichirp system is found by performing a left-for-right flip of the chirp system's impulse response. Interesting, but what is it good for?

Главная особенность системы щибета - то, что это является полностью *обратимым*. Если Вы выполняете сигнал щибета через систему *антищибета*, сигнал снова сделан в импульс. Это требует, чтобы система антищибета имела величину единицы, и *противофазу*

системе щелчка. Как обсуждено в прошлой главе, это означает, что импульсная передаточная функция системы антищелчка найдена, переформировывая лево-правое зеркальное отражение импульсной передаточной функции системы щелчка. Интересно, но для чего это является ли хорошим?

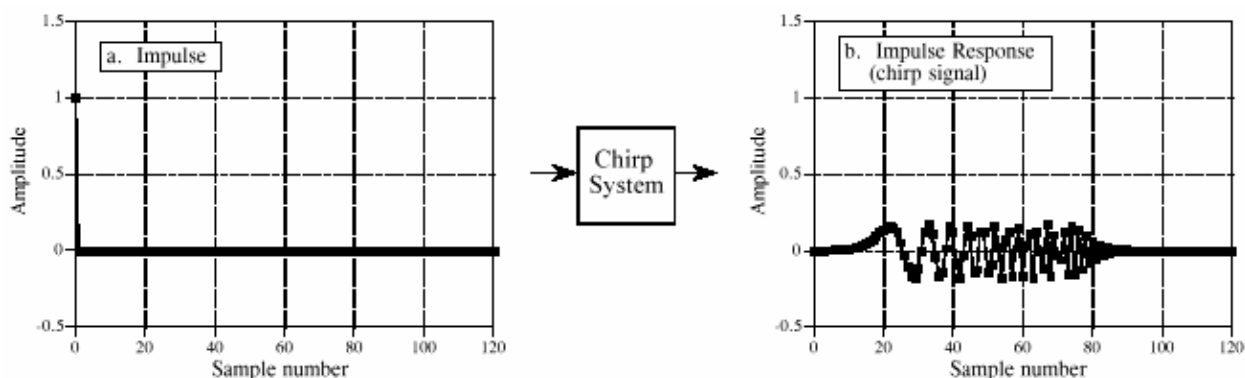


FIGURE 11-10
The chirp system. The impulse response of a chirp system is a chirp signal.

РИСУНОК 11-10
Система щелчка. Импульсная передаточная функция системы щелчка - сигнал щелчка.

Consider how a radar system operates. A short burst of radio frequency energy is emitted from a directional antenna. Aircraft and other objects reflect some of this energy back to a radio receiver located next to the transmitter. Since radio waves travel at a constant rate, the elapsed time between the transmitted and received signals provides the distance to the target. This brings up the first requirement for the pulse: it needs to be as short as possible. For example, a 1 microsecond pulse provides a radio burst about 300 meters long. This means that the distance information we obtain with the system will have a resolution of about this same length. If we want better distance resolution, we need a shorter pulse.

Рассмотрите, как работает радарная система. Короткий импульс энергии радиочастоты испускается от направленной антенны. Самолет и другие объекты отражают часть этой энергии назад к радиоприемнику, расположенному рядом с передатчиком. Начиная с перемещения радиоволн с постоянной скоростью, прошедшее время между переданными и полученными сигналами обеспечивает расстояние адресату. Это поднимает первое требование для импульса: требоваться быть почти как возможно. Например, импульс в 1 микросекунду обеспечивает импульс радио длиной приблизительно 300 метров. Это означает, что информация расстояния, которую мы получаем с системой, будет иметь разрешающую способность относительно этого той же самой длиной. Если мы хотим лучшую разрешающую способность расстояния, мы нуждаемся в более коротком импульсе.

The second requirement is obvious: if we want to detect objects farther away, you need more energy in your pulse. Unfortunately, *more energy* and *shorter pulse* are conflicting requirements. The electrical power needed to provide a pulse is equal to the energy of the pulse divided by the pulse length. Requiring both *more energy* and a *shorter pulse* makes electrical power handling a limiting factor in the system. The output stage of a radio transmitter can only handle so much power without destroying itself.

Второе требование очевидно: если мы хотим обнаружить объекты более далеко, Вы нуждаетесь в большем количестве энергии в вашем импульсе. К сожалению, *большее количество энергии* и *более короткий импульс* находятся в противоречии требования. Электрическая мощность, необходимая обеспечивать импульс равна энергии импульса, разделенного

(с) АВТЭКС, Санкт-Петербург, <http://www.autex.spb.ru>, e-mail: info@autex.spb.ru

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

длиной импульса. Требование и *большого количества энергии и более короткого импульса* делает электрическую мощность, обрабатываемую ограничивающий коэффициент(фактор) в системе. Стадия выхода радиопередатчика может только обрабатывать так много мощности без того, чтобы уничтожить(разрушить) себя.

Chirp signals provide a way of breaking this limitation. Before the impulse reaches the final stage of the radio transmitter, it is passed through a chirp system. Instead of bouncing an impulse off the target aircraft, a chirp signal is used. After the chirp echo is received, the signal is passed through an antichirp system, restoring the signal to an impulse. This allows the portions of the system that measure distance to see short pulses, while the power handling circuits see long duration signals. This type of waveshaping is a fundamental part of modern radar systems.

Сигналы щибета обеспечивают путь преодоления этого ограничения. Прежде, чем импульс достигает конечной стадии радиопередатчика, это пропускают через систему щибета. Вместо подпрыгивания импульса от целевого самолета, используется сигнал щибета. После того, как эхо щибета получено, сигнал пропускают через систему антищибета, восстанавливая сигнал к импульсу. Это позволяет части системы, которые измеряют расстояние, чтобы видеть короткие импульсы, в то время как мощность, обрабатываемая цепи видит длинные сигналы продолжительности. Этот тип формирования сигнала - фундаментальная часть современных радарных систем.