

CHAPTER
20

Chebyshev Filters Фильтры Чебышева

Chebyshev filters are used to separate one band of frequencies from another. Although they cannot match the performance of the windowed-sinc filter, they are more than adequate for many applications. The primary attribute of Chebyshev filters is their speed, typically more than an order of magnitude faster than the windowed-sinc. This is because they are carried out by *recursion* rather than *convolution*. The design of these filters is based on a mathematical technique called the *z-transform*, discussed in Chapter 33. This chapter presents the information needed to *use* Chebyshev filters without wading through a mire of advanced mathematics.

Чебышевские фильтры используются, чтобы отделить одну полосу частот от другой. Хотя они не могут соответствовать эффективности фильтра windowed-sinc, они - больше чем адекватны для многих приложений. Первичный атрибут(свойство) Чебышевских фильтров - их быстродействие, типично больше чем на порядок быстрее чем windowed-sinc. Это - то, потому что они выполнены рекурсией скорее, чем сверткой. Проектирование этих фильтров основано на математической методике называемой z-трансформантой, обсужденной в главе 33. Эта глава представляет информацию, необходимую, чтобы использовать Чебышевские фильтры без того, чтобы пробираться через болото продвинутой математики.

The Chebyshev and Butterworth Responses Ответы Чебышева и Буттерворта

The Chebyshev response is a mathematical strategy for achieving a faster *roll-off* by allowing *ripple* in the frequency response. Analog and digital filters that use this approach are called *Chebyshev filters*. For instance, analog Chebyshev filters were used in Chapter 3 for analog-to-digital and digital-to-analog conversion. These filters are named from their use of the *Chebyshev polynomials*, developed by the Russian mathematician Pafnuti Chebyshev (1821-1894). This name has been translated from Russian and appears in the literature with different spellings, such as: Chebychev, Tschebyscheff, Tchebysheff and Tchebichef.

Чебышевский ответ - математическая стратегия для достижения более быстрого *завала(спада)*, позволяя *рябь(пульсации; неравномерность)* в частотной характеристике. Аналоговые и цифровые фильтры, которые используют этот подход, называются *фильтрами Чебышева*. Например, аналоговые фильтры Чебышева использовались в главе 3 для аналого-цифрового и цифро-аналогового преобразования. Эти фильтры названы от их использования *многочлена Чебышева*, разработанным Российским математиком Пафнутием Чебышевым (1821-1894). Это название было оттранслировано с русского и появляется в литературе с различными проверками правописания, типа: Chebychev, Tschebyscheff, Tchebysheff и Tchebichef.

Figure 20-1 shows the frequency response of low-pass Chebyshev filters with passband ripples of: 0%, 0.5% and 20%. As the ripple increases (bad), the roll-off becomes sharper (good). The

Chebyshev response is an optimal trade-off between these two parameters. When the ripple is set to 0%, the filter is called a **maximally flat** or **Butterworth filter** (after S. Butterworth, a British engineer who described this response in 1930). A ripple of 0.5% is a often good choice for digital filters. This matches the typical precision and accuracy of the analog electronics that the signal has passed through.

На рисунке 20-1 показана частотная характеристика Чебышевских фильтров низкой частоты с неравномерностью в полосе пропускания: 0 %, 0.5 % и 20 %. При увеличении ряби(пульсаций) (плохо), завал(спад) становится более острым (хорошим). Чебышевский ответ(отклик) - оптимальный обмен между этими двумя параметрами. Когда рябь установлена в 0 %, фильтр называется **фильтром с максимально плоской характеристикой** или **фильтром Буттерворта** (после того, как S. Буттерворт(S. Butterworth), британский инженер, который описал этот ответ в 1930г). Рябь(пульсации) 0.5 % - часто хороший выбор для цифровых фильтров. Это соответствует типичной прецизионности и точности аналоговой электроники, через которую сигнал прошел.

The Chebyshev filters discussed in this chapter are called **type 1** filters, meaning that the ripple is only allowed in the *passband*. In comparison, **type 2** Chebyshev filters have ripple only in the *stopband*. Type 2 filters are seldom used, and we won't discuss them. There is, however, an important design called the **elliptic filter**, which has ripple in *both* the passband and the stopband. Elliptic filters provide the fastest roll-off for a given number of poles, but are much harder to design. We won't discuss the elliptic filter here, but be aware that it is frequently the first choice of professional filter designers, both in analog electronics and DSP. If you need this level of performance, buy a software package for designing digital filters.

Чебышевские фильтры, обсужденные в этой главе называются фильтрами **1 типа**, означая, что только *рябь* допускается в *полосе пропускания*. Для сравнения, Чебышевские фильтры **2 типа**, имеют рябь только в *полосе задерживания*. Фильтры 2 типа, редко используются, и мы не будем обсуждать их. Имеется, однако, важный проект называемый **эллиптическим фильтром**, который имеет рябь, и в *полосе пропускания* и *полосе задерживания*. Эллиптические фильтры обеспечивают самый быстрый завал(спад) для данного числа полюсов, но - намного тяжелее, в проектировании. здесь мы не будем обсуждать эллиптический фильтр, но знайте, что это - часто первый выбор профессиональных проектировщиков фильтра, и в аналоговой электронике и ЦОС. Если Вы нуждаетесь в этом уровне эффективности, купите пакет программ для проектирования цифровых фильтров.

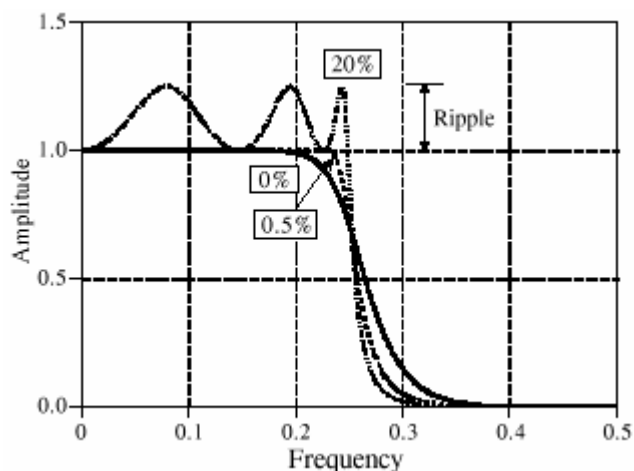
FIGURE 20-1. The Chebyshev response.

Chebyshev filters achieve a faster roll-off by allowing ripple in the passband. When the ripple is set to 0%, it is called a *maximally flat* or *Butterworth filter*. Consider using a ripple of 0.5% in your designs; this passband unflatness is so small that it cannot be seen in this graph, but the roll-off is much faster than the Butterworth.

РИСУНОК 20-1. Чебышевский ответ(отклик; частотная характеристика).

Чебышевские фильтры достигают более быстрого завала(спада), позволяя рябь(пульсации) в полосе пропускания. Когда рябь установлена в 0 %, это называется *фильтром с максимально плоской характеристикой* или *фильтром Буттерворта*. Рассмотрите использование ряби 0.5 % в ваших проектах;

эта непологость полосы пропускания настолько мала, что это не может быть замечена в этой диаграмме(графике), но завал(спад) - намного быстрее чем у фильтра Буттерворта.



Designing the Filter

Проектирование Фильтра

You must select four parameters to design a Chebyshev filter: (1) a high-pass or low-pass response, (2) the cutoff frequency, (3) the percent ripple in the passband, and (4) the number of poles. Just what is a *pole*? Here are two answers. If you don't like one, maybe the other will help:

Вы должны выбрать четыре параметра, чтобы проектировать Чебышевский фильтр: (1) ответ(характеристику) фильтра верхних частот или фильтра низких частот, (2) частота отсечки, (3) процент рыва(пульсаций в полосе пропускания, и (4) число *полюсов*. Только, что является полюсом? Имеется два ответа. Если Вам не нравится один, возможно поможет другой:

Answer 1- The Laplace transform and z-transform are mathematical ways of breaking an impulse response into sinusoids and decaying exponentials. This is done by expressing the system's characteristics as one complex polynomial divided by another complex polynomial. The roots of the numerator are called *zeros*, while the roots of the denominator are called *poles*. Since poles and zeros can be complex numbers, it is common to say they have a "location" in the complex plane. Elaborate systems have more poles and zeros than simple ones. Recursive filters are designed by first selecting the location of the poles and zeros, and then finding the appropriate recursion coefficients (or analog components). For example, Butterworth filters have poles that lie on a *circle* in the complex plane, while in a Chebyshev filter they lie on an *ellipse*. This is the topic of Chapters 32 and 33.

Ответ 1 полюс - преобразование по Лапласу и z-трансформанта - математические пути ломки(нарушения) импульсной передаточной функции в синусоиды и распад(затухание) показательной функции. Это сделано, выражая характеристики системы как один полиномиальный комплекс, разделенный другим полиномиальным комплексом. Корни числителя называются *нулями*, в то время как корни знаменателя называются *полюсами*. Так как полюса и нули могут быть комплексными числами, обычно говорить, что они имеют "расположение" в комплексной плоскости. Сложные системы имеют большее количество полюсов и нулей чем простые. Рекурсивные фильтры разработаны первым отбором расположение полюсов и нулей, и затем обнаружением соответствующих коэффициентов рекурсии (или аналоговых компонентов). Например, фильтры Буттерворта имеют полюса, которые лежат на круге в комплексной плоскости, в то время как в Чебышевском фильтре они лежат на эллипсе. Это - тема глав 32 и 33.

Answer 2- Poles are containers filled with magic powder. The more poles in a filter, the better the filter works. Kidding aside, the point is that you can use these filters very effectively without knowing the nasty mathematics behind them. Filter design is a specialty. In actual practice, more engineers, scientists and programmers think in terms of answer 2, than answer 1.

Ответ 2- полюса - контейнеры, заполненные магическим порошком. Чем большее количество полюсов в фильтре, тем лучше работа фильтра. Ребячество в сторону, дело в том, что Вы можете использовать эти фильтры очень эффективно без того, чтобы знать противную математику сопровождающую их. Проектирование фильтра - специальность. В фактической практике, большее количество инженеров, ученых и программистов думают в терминах ответа 2, чем ответ 1.

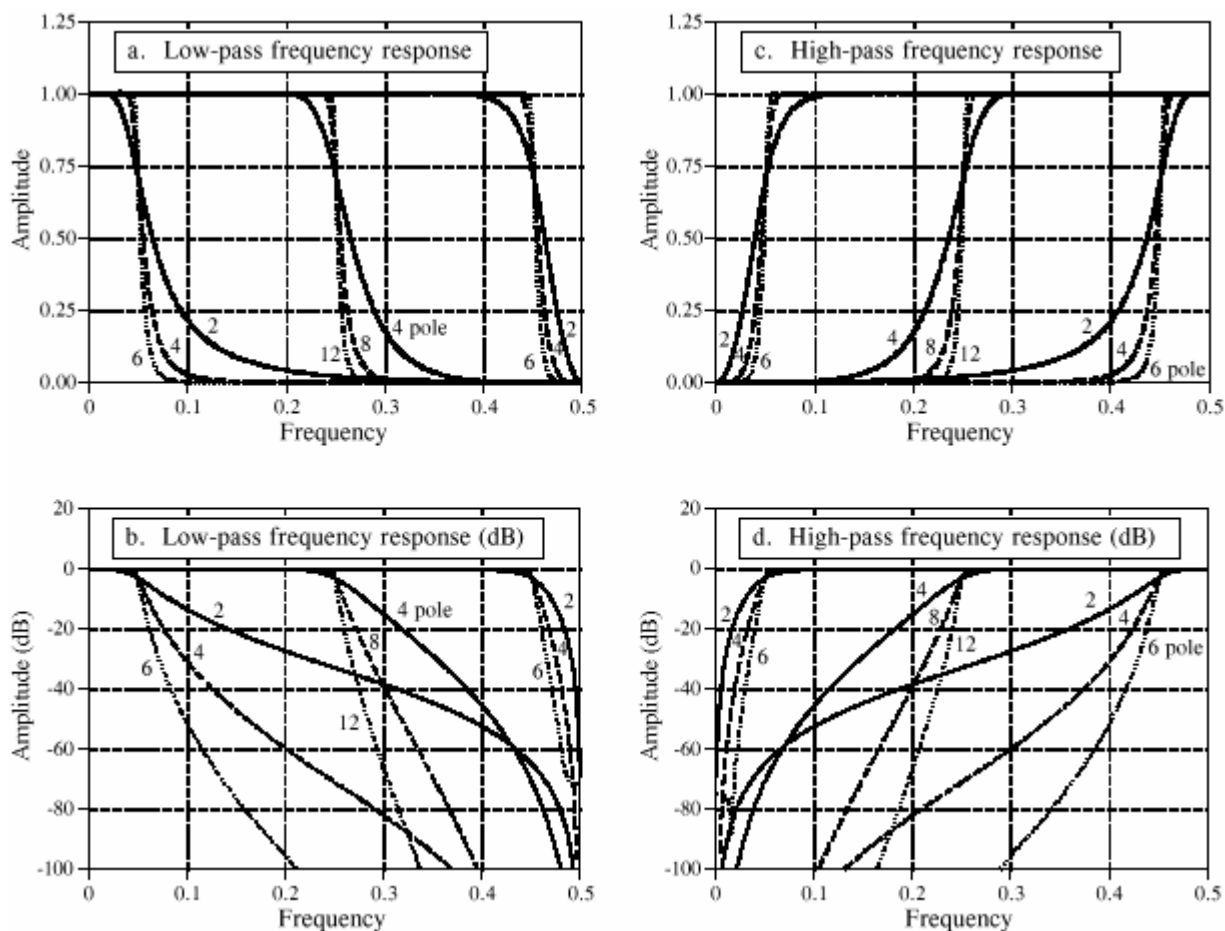


FIGURE 20-2. Chebyshev frequency responses.

Figures (a) and (b) show the frequency responses of low-pass Chebyshev filters with 0.5% ripple, while (c) and (d) show the corresponding high-pass filter responses.

(РИСУНОК 20-2. Чебышевские частотные характеристики.

Рисунки (a) и (b) показывают частотные характеристики Чебышевских фильтров низких частот с рябью 0.5%, в то время как (c) и (d) показывают соответствующие ответы(характеристики) фильтра верхних частот.

Figure 20-2 shows the frequency response of several Chebyshev filters with 0.5% ripple. For the method used here, the number of poles must be *even*. The cutoff frequency of each filter is measured where the amplitude crosses 0.707 (-3dB). Filters with a cutoff frequency near 0 or 0.5 have a sharper roll-off than filters in the center of the frequency range. For example, a two pole filter at $f_c = 0.05$ has about the same roll-off as a four pole filter at $f_c = 0.25$. This is fortunate; fewer poles can be used near 0 and 0.5 because of round-off noise. More about this later.

На рисунке 20-2 показаны частотные характеристики нескольких фильтров Чебышева с рябью 0.5 %. Для метода, используемого здесь, число полюсов должно быть четным. Частота отсечки каждого фильтра измерена, где на уровне амплитуды 0.707 (-3dB). Фильтры с частотой отсечки около 0 или 0.5 имеют более острый завал(спад) чем, фильтры центра частотного диапазона. Например, двухполюсный фильтр в $f_c = 0.05$ имеет относительно тот же завал(спад) как четырех полюсный фильтр в $f_c = 0.25$. Это является удачным; меньшее количество полюсов может использоваться из-за шума округления около 0 и 0.5. Больше относительно этого позже.

There are two ways of finding the recursion coefficients without using the z-transform. First, the cowards way: use a table. Tables 20-1 and 20-2 provide the recursion coefficients for low-pass and high-pass filters with 0.5% passband ripple. If you only need a quick and dirty design, copy the appropriate coefficients into your program, and you're done.

Имеются два пути обнаружения коэффициентов рекурсии без того, чтобы использовать z-трансформанту. Во первых, путь труса: используйте таблицу. Таблицы 20-1 и 20-2 обеспечивают коэффициенты рекурсии и для фильтров низких частот и для фильтров верхних частот с неравномерностью в полосе пропускания 0.5 %. Если только Вы нуждаетесь в быстром и грязном проекте, копируете соответствующие коэффициенты в вашу программу, и вы сделаны.

There are two problems with using tables to design digital filters. First, tables have a limited choice of parameters. For instance, Table 20-1 only provides 12 different cutoff frequencies, a maximum of 6 poles per filter, and *no* choice of passband ripple. Without the ability to select parameters from a continuous range of values, the filter design cannot be *optimized*. Second, the coefficients must be manually transferred from the table into the program. This is very time consuming and will discourage you from trying alternative values.

Имеется две проблемы с использованием таблиц, чтобы проектировать цифровые фильтры. Во первых, таблицы имеют ограниченный выбор параметров. Например, Таблица 20-1 обеспечивает только 12 различных частот останова(частоты пропускания), максимум 6 полюсов в фильтре, *и* никакого выбора неравномерности в полосе пропускания. Без способности выбирать параметры из непрерывного диапазона значений, проект фильтра не может быть оптимизирован. Во вторых, коэффициенты должны быть вручную перемещены из таблицы в программу. Это отнимает много времени, и будет препятствовать Вам в попытке альтернативных значений.

Instead of using tabulated values, consider including a subroutine in your program that *calculates* the coefficients. Such a program is shown in Table 20- 4. The good news is that the program is relatively simple in structure. After the four filter parameters are entered, the program spits out the "a" and "b" coefficients in the arrays A[] and B[]. The bad news is that the program calls the subroutine in Table 20-5. At first glance this subroutine is really ugly. Don't despair; it isn't as bad as it seems! There is one simple branch in line 1120. Everything else in the subroutine is straightforward number crunching. Six variables enter the routine, five variables leave the routine, and fifteen temporary variables (plus indexes) are used within. Table 20-5 provides two sets of test data for debugging this subroutine. Chapter 31 discusses the operation of this program in detail.

Вместо использования сведенных в таблицу значений, рассмотрите, включение подпрограммы в вашу программу, которая вычисляет коэффициенты. Такая программа показывается в таблице 20- 4. Хорошие новости - то, что программа является относительно простой в структуре. После того, как четыре параметра фильтра введены, программа выдает коэффициенты "a" и "b" в массивы A[] and B[]. Плохие новости - то, что программа вызывает подпрограмму в таблице 20-5. На первый взгляд эта подпрограмма действительно уродливая. Не отчаивайтесь; это не столь плохо, как кажется! Имеется один простой переход в строке 1120. Все остальное в подпрограмме - прямое перемалывание чисел. Шесть переменных вводят подпрограмму, пять переменных оставляют подпрограмму, и пятнадцать временных переменных (положительные индексы) используются в пределах(внутри). Таблица 20-5 обеспечивает два набора результатов испытания для отладки этой подпрограммы. Глава 31 обсуждает работу этой программы подробно.

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

f_c	2 Полюса		4 Полюса		6 Полюсов	
0.01	a0= 8.663387e-04 a1= 1.732678e-03 a2= 8.663387e-04	b1= 1.919129e+00 b2= -9.225943e-01	a0= 4.149425e-07 !!! Unstable !!! a1= 1.659770e-06 a2= 2.489655e-06 a3= 1.659770e-06 a4= 4.149425e-07	b1= 3.893453e+00 b2= -5.688233e+00 b3= 3.695783e+00 b4= -9.010106e-01	a0= 1.391351e-10 !!! Unstable !!! a1= 8.348103e-10 a2= 2.087027e-09 a3= 2.782703e-09 a4= 2.087027e-09 a5= 8.348103e-10 a6= 1.391351e-10	b1= 5.883343e+00 b2= -1.442798e+01 b3= 1.887782e+01 b4= -1.389914e+01 b5= 3.459909e+00 b6= -8.959932e-01
0.025	a0= 5.112374e-03 a1= 1.022473e-02 a2= 5.112374e-03	b1= 1.797154e+00 b2= -6.176033e-01	a0= 1.504626e-05 a1= 6.018503e-05 a2= 9.027154e-05 a3= 6.018503e-05 a4= 1.504626e-05	b1= 3.725385e+00 b2= -3.226004e+00 b3= 3.270903e+00 b4= -7.705239e-01	a0= 3.136210e-08 !!! Unstable !!! a1= 1.881708e-07 a2= 4.704314e-07 a3= 6.270419e-07 a4= 4.704314e-07 a5= 1.881708e-07 a6= 3.136210e-08	b1= 5.691653e+00 b2= -1.353173e+01 b3= 1.719682e+01 b4= -1.230689e+01 b5= 4.732712e+00 b6= -7.556393e-01
0.05	a0= 1.868823e-02 a1= 3.737647e-02 a2= 1.868823e-02	b1= 1.589697e+00 b2= -6.686903e-01	a0= 2.141509e-04 a1= 8.566037e-04 a2= 1.284908e-03 a3= 8.566037e-04 a4= 2.141509e-04	b1= 3.425452e+00 b2= -4.479272e+00 b3= 2.443718e+00 b4= -5.933268e-01	a0= 1.771089e-06 a1= 1.082654e-05 a2= 2.656834e-05 a3= 3.542179e-05 a4= 2.656834e-05 a5= 1.082654e-05 a6= 1.771089e-06	b1= 5.330512e+00 b2= -1.196611e+01 b3= 1.447076e+01 b4= -9.907710e+00 b5= 3.673283e+00 b6= -5.707561e-01
0.075	a0= 3.669430e-02 a1= 7.338860e-02 a2= 3.669430e-02	b1= 1.380667e+00 b2= -5.474446e-01	a0= 9.726342e-04 a1= 3.890537e-03 a2= 5.835808e-03 a3= 3.890537e-03 a4= 9.726342e-04	b1= 3.103949e+00 b2= -3.774453e+00 b3= 2.112338e+00 b4= -4.562908e-01	a0= 1.797538e-05 a1= 1.078233e-04 a2= 2.696307e-04 a3= 3.595074e-04 a4= 2.696307e-04 a5= 1.078233e-04 a6= 1.797538e-05	b1= 4.901749e+00 b2= -1.035734e+01 b3= 1.189764e+01 b4= -7.854533e+00 b5= 2.822109e+00 b6= -4.307710e-01
0.1	a0= 6.372802e-02 a1= 1.274560e-01 a2= 6.372802e-02	b1= 1.194365e+00 b2= -4.452774e-01	a0= 2.780755e-03 a1= 1.122302e-02 a2= 1.668453e-02 a3= 1.122302e-02 a4= 2.780755e-03	b1= 2.764032e+00 b2= -3.122948e+00 b3= 1.664348e+00 b4= -3.502232e-01	a0= 9.086148e-05 a1= 5.451689e-04 a2= 1.382922e-03 a3= 1.817229e-03 a4= 1.382922e-03 a5= 5.451689e-04 a6= 9.086148e-05	b1= 4.470118e+00 b2= -8.750094e+00 b3= 9.540712e+00 b4= -6.079576e+00 b5= 2.140062e+00 b6= -3.247363e-01
0.15	a0= 1.254285e-01 a1= 2.508570e-01 a2= 1.254285e-01	b1= 8.070778e-01 b2= -3.087918e-01	a0= 1.180098e-02 a1= 4.720094e-02 a2= 7.080051e-02 a3= 4.720094e-02 a4= 1.180098e-02	b1= 2.039138e+00 b2= -2.012962e+00 b3= 9.897913e-01 b4= -2.046700e-01	a0= 8.618662e-04 a1= 5.171198e-03 a2= 1.292802e-02 a3= 1.723733e-02 a4= 1.292802e-02 a5= 5.171198e-03 a6= 8.618662e-04	b1= 3.455239e+00 b2= -5.754732e+00 b3= 5.645387e+00 b4= -3.394903e+00 b5= 1.177468e+00 b6= -1.836193e-01
0.2	a0= 1.997396e-01 a1= 3.994792e-01 a2= 1.997396e-01	b1= 4.791048e-01 b2= -2.280633e-01	a0= 3.224544e-02 a1= 1.289871e-01 a2= 1.934732e-01 a3= 1.289871e-01 a4= 3.224544e-02	b1= 1.268912e+00 b2= -1.338738e+00 b3= 5.405908e-01 b4= -1.189538e-01	a0= 4.187402e-03 a1= 2.512445e-02 a2= 6.281112e-02 a3= 6.374816e-02 a4= 6.281112e-02 a5= 2.512445e-02 a6= 4.187402e-03	b1= 2.315806e+00 b2= -4.293770e+00 b3= 2.948502e+00 b4= -1.694128e+00 b5= 6.021402e-01 b6= -1.039147e-01
0.25	a0= 2.858110e-01 a1= 5.716221e-01 a2= 2.858110e-01	b1= 5.423258e-02 b2= -1.974768e-01	a0= 7.015301e-02 a1= 2.806120e-01 a2= 4.209530e-01 a3= 2.806120e-01 a4= 7.015301e-02	b1= 4.541482e-01 b2= -7.417536e-01 b3= 2.361222e-01 b4= -7.096478e-02	a0= 1.434449e-02 a1= 8.606897e-02 a2= 2.151674e-01 a3= 2.688899e-01 a4= 2.151674e-01 a5= 8.606897e-02 a6= 1.434449e-02	b1= 1.076052e+00 b2= -1.662947e+00 b3= 1.191063e+00 b4= -7.403037e-01 b5= 2.752158e-01 b6= -5.722251e-02
0.3	a0= 3.849163e-01 a1= 7.698326e-01 a2= 3.849163e-01	b1= -3.249116e-01 b2= -2.147538e-01	a0= 1.325566e-01 a1= 5.342263e-01 a2= 8.013394e-01 a3= 5.342263e-01 a4= 1.325566e-01	b1= -3.304492e-01 b2= -6.784138e-01 b3= -1.412322e-01 b4= -5.392238e-02	a0= 3.997487e-02 a1= 2.398492e-01 a2= 5.996231e-01 a3= 7.994975e-01 a4= 5.996231e-01 a5= 2.398492e-01 a6= 3.997487e-02	b1= -2.441152e-01 b2= -1.130308e+00 b3= 1.063167e-01 b4= -3.463298e-01 b5= 8.882993e-02 b6= -3.278741e-02
0.35	a0= 5.001024e-01 a1= 1.000205e+00 a2= 5.001024e-01	b1= -7.158992e-01 b2= -2.845102e-01	a0= 2.340973e-01 a1= 9.363892e-01 a2= 1.404584e+00 a3= 9.363892e-01 a4= 2.340973e-01	b1= -1.263672e+00 b2= -1.080487e+00 b3= -3.276292e-01 b4= -7.376792e-02	a0= 9.780212e-02 a1= 5.875392e-01 a2= 1.688848e+00 a3= 1.959448e+00 a4= 1.688848e+00 a5= 5.875392e-01 a6= 9.780212e-02	b1= -1.627572e+00 b2= -1.955022e+00 b3= -1.075051e+00 b4= -5.106511e-01 b5= -7.239843e-02 b6= -2.639193e-02
0.40	a0= 6.362388e-01 a1= 1.272478e+00 a2= 6.362388e-01	b1= -1.125379e+00 b2= -4.195441e-01	a0= 3.896962e-01 a1= 1.558787e+00 a2= 2.388182e+00 a3= 1.558787e+00 a4= 3.896962e-01	b1= -2.161179e+00 b2= -2.033942e+00 b3= -8.789088e-01 b4= -1.610252e-01	a0= 2.211834e-01 a1= 1.327103e+00 a2= 3.317751e+00 a3= 4.423688e+00 a4= 3.317751e+00 a5= 1.327103e+00 a6= 2.211834e-01	b1= -3.058672e+00 b2= -4.380448e+00 b3= -3.523248e+00 b4= -1.684185e+00 b5= -4.414881e-01 b6= -5.767513e-02
0.45	a0= 8.001101e-01 a1= 1.600220e+00 a2= 8.001101e-01	b1= -1.556269e+00 b2= -6.441713e-01	a0= 6.291693e-01 a1= 2.516677e+00 a2= 3.775016e+00 a3= 2.516677e+00 a4= 6.291693e-01	b1= -3.077062e+00 b2= -3.441323e+00 b3= -1.948228e+00 b4= -3.990949e-01	a0= 4.780635e-01 a1= 2.856391e+00 a2= 7.140952e+00 a3= 9.521270e+00 a4= 7.140952e+00 a5= 2.856391e+00 a6= 4.780635e-01	b1= -4.520403e+00 b2= -8.676944e+00 b3= -9.007512e+00 b4= -5.326429e+00 b5= -1.702543e+00 b6= -2.303003e-01

Таблица 20-1
Чебышевские фильтры низкой частоты (пульсации 0.5%)

f_c	2 Полюса		4 Полюса		6 Полюсов	
0.01	a0= 9.567529E-01 a1= -1.913504E+00 a2= 9.567529E-01	b0= 1.911437E+00 b1= -9.155749E-01	a0= 9.121579E-01 (!! Unstable !!) a1= -3.648632E+00 a2= 5.472947E+00 a3= -3.648632E+00 a4= 9.121579E-01	b1= 3.812592E+00 b2= -5.465208E+00 b3= 3.481299E+00 b4= -6.322529E-01	a0= 8.430195E-01 (!! Unstable !!) a1= -5.178138E+00 a2= 1.294529E+01 a3= -1.706039E+01 a4= 1.294529E+01 a5= -5.178138E+00 a6= 8.430195E-01	b1= 5.705102E+00 b2= -1.358036E+01 b3= 1.722232E+01 b4= -1.230214E+01 b5= 4.693218E+00 b6= -7.451429E-01
0.025	a0= 8.950355E-01 a1= -1.790071E+00 a2= 8.950355E-01	b0= 1.779325E+00 b1= -6.022104E-01	a0= 7.941874E-01 a1= -3.176793E+00 a2= 4.765125E+00 a3= -3.176793E+00 a4= 7.941874E-01	b1= 3.528919E+00 b2= -4.722213E+00 b3= 2.814098E+00 b4= -6.318300E-01	a0= 6.902863E-01 (!! Unstable !!) a1= -4.147718E+00 a2= 1.036829E+01 a3= -1.362573E+01 a4= 1.036829E+01 a5= -4.147718E+00 a6= 6.902863E-01	b1= 5.261399E+00 b2= -1.157920E+01 b3= 1.362599E+01 b4= -9.063842E+00 b5= 3.223738E+00 b6= -4.799542E-01
0.05	a0= 8.001102E-01 a1= -1.600220E+00 a2= 8.001102E-01	b0= 1.596269E+00 b1= -4.441715E-01	a0= 6.291694E-01 a1= -2.516678E+00 a2= 3.778016E+00 a3= -2.516678E+00 a4= 6.291694E-01	b1= 3.077062E+00 b2= -3.641304E+00 b3= 1.945230E+00 b4= -5.990947E-01	a0= 4.760602E-01 a1= -2.856382E+00 a2= 7.143954E+00 a3= -9.521272E+00 a4= 7.143954E+00 a5= -2.856382E+00 a6= 4.760602E-01	b1= 4.522403E+00 b2= -6.676846E+00 b3= 9.007512E+00 b4= -5.328432E+00 b5= 1.702544E+00 b6= -2.303304E-01
0.075	a0= 7.142028E-01 a1= -1.428406E+00 a2= 7.142028E-01	b0= 1.338264E+00 b1= -5.185469E-01	a0= 4.960305E-01 a1= -1.996140E+00 a2= 2.979210E+00 a3= -1.996140E+00 a4= 4.960305E-01	b1= 2.627304E+00 b2= -2.749252E+00 b3= 1.328548E+00 b4= -2.524546E-01	a0= 3.259100E-01 a1= -1.950462E+00 a2= 4.888651E+00 a3= -6.518201E+00 a4= 4.888651E+00 a5= -1.950462E+00 a6= 3.259100E-01	b1= 3.787397E+00 b2= -6.288362E+00 b3= 5.747802E+00 b4= -3.041570E+00 b5= 8.808669E-01 b6= -1.122464E-01
0.1	a0= 6.342307E-01 a1= -1.274462E+00 a2= 6.342307E-01	b0= 1.125379E+00 b1= -4.195440E-01	a0= 3.896969E-01 a1= -1.558794E+00 a2= 2.338179E+00 a3= -1.558794E+00 a4= 3.896969E-01	b1= 2.161179E+00 b2= -2.033991E+00 b3= 8.789094E-01 b4= -1.610659E-01	a0= 2.211833E-01 a1= -1.327100E+00 a2= 3.317750E+00 a3= -4.423667E+00 a4= 3.317750E+00 a5= -1.327100E+00 a6= 2.211833E-01	b1= 3.058672E+00 b2= -4.390442E+00 b3= 3.523252E+00 b4= -1.894184E+00 b5= 4.414879E-01 b6= -5.767508E-02
0.15	a0= 5.001024E-01 a1= -1.000205E+00 a2= 5.001024E-01	b0= 7.159993E-01 b1= -2.645103E-01	a0= 2.340973E-01 a1= -9.363902E-01 a2= 1.404504E+00 a3= -9.363902E-01 a4= 2.340973E-01	b1= 1.303672E+00 b2= -1.080487E+00 b3= 3.276296E-01 b4= -7.376791E-02	a0= 9.782321E-02 a1= -5.875393E-01 a2= 1.468848E+00 a3= -1.958446E+00 a4= 1.468848E+00 a5= -5.875393E-01 a6= 9.782321E-02	b1= 1.467573E+00 b2= -1.925202E+00 b3= 1.075252E+00 b4= -5.100521E-01 b5= 7.239843E-02 b6= -6.639193E-02
0.2	a0= 3.849163E-01 a1= -7.698326E-01 a2= 3.849163E-01	b0= 3.249114E-01 b1= -2.147336E-01	a0= 1.335566E-01 a1= -5.342262E-01 a2= 8.013303E-01 a3= -5.342262E-01 a4= 1.335566E-01	b1= 3.904484E-01 b2= -6.784130E-01 b3= 1.412104E-01 b4= -5.392388E-02	a0= 3.997498E-02 a1= -2.398430E-01 a2= 5.996202E-01 a3= -7.994973E-01 a4= 5.996202E-01 a5= -2.398430E-01 a6= 3.997498E-02	b1= 2.441149E-01 b2= -1.130302E+00 b3= -1.063169E-01 b4= -3.463299E-01 b5= -8.682996E-02 b6= -3.278742E-02
0.25	a0= 2.858111E-01 a1= -5.716222E-01 a2= 2.858111E-01	b0= -5.423243E-02 b1= -1.974769E-01	a0= 7.015302E-02 a1= -2.806121E-01 a2= 4.209162E-01 a3= -2.806121E-01 a4= 7.015302E-02	b1= -4.541478E-01 b2= -1.417839E-01 b3= -2.561221E-01 b4= -7.059647E-02	a0= 1.434452E-02 a1= -8.406701E-02 a2= 2.151675E-01 a3= -2.868902E-01 a4= 2.151675E-01 a5= -8.406701E-02 a6= 1.434452E-02	b1= -1.076052E+00 b2= -1.662847E+00 b3= -1.191062E+00 b4= -7.403893E-01 b5= -2.752156E-01 b6= -5.722250E-02
0.3	a0= 1.997396E-01 a1= -3.994792E-01 a2= 1.997396E-01	b0= -4.291049E-01 b1= -2.280633E-01	a0= 3.224553E-02 a1= -1.289621E-01 a2= 1.938732E-01 a3= -1.289621E-01 a4= 3.224553E-02	b1= -1.265912E+00 b2= -1.303878E+00 b3= -5.405908E-01 b4= -1.185538E-01	a0= 4.187407E-03 a1= -2.512444E-02 a2= 6.281111E-02 a3= -9.374815E-02 a4= 6.281111E-02 a5= -2.512444E-02 a6= 4.187407E-03	b1= -2.315806E+00 b2= -3.293726E+00 b3= -2.904878E+00 b4= -1.694129E+00 b5= -6.021426E-01 b6= -1.029147E-01
0.35	a0= 1.254285E-01 a1= -2.508570E-01 a2= 1.254285E-01	b0= -6.070777E-01 b1= -3.087918E-01	a0= 1.180009E-02 a1= -4.720035E-02 a2= 7.080051E-02 a3= -4.720035E-02 a4= 1.180009E-02	b1= -2.039039E+00 b2= -2.021961E+00 b3= -9.897912E-01 b4= -2.046702E-01	a0= 8.408669E-04 a1= -5.171200E-03 a2= 1.282602E-02 a3= -1.723732E-02 a4= 1.282602E-02 a5= -5.171200E-03 a6= 8.408669E-04	b1= -3.435239E+00 b2= -5.754734E+00 b3= -5.649387E+00 b4= -3.394902E+00 b5= -1.177469E+00 b6= -1.036192E-01
0.40	a0= 6.372802E-02 a1= -1.274560E-01 a2= 6.372802E-02	b0= -1.194395E+00 b1= -4.492774E-01	a0= 2.780754E-03 a1= -1.112302E-02 a2= 1.668490E-02 a3= -1.112302E-02 a4= 2.780754E-03	b1= -2.766031E+00 b2= -3.122854E+00 b3= -1.464554E+00 b4= -3.502232E-01	a0= 9.086141E-05 a1= -5.451695E-04 a2= 1.362921E-03 a3= -1.817228E-03 a4= 1.362921E-03 a5= -5.451695E-04 a6= 9.086141E-05	b1= -4.470118E+00 b2= -8.725999E+00 b3= -9.543712E+00 b4= -6.079372E+00 b5= -2.140362E+00 b6= -3.247363E-01
0.45	a0= 1.848823E-02 a1= -3.737647E-02 a2= 1.848823E-02	b0= -1.590937E+00 b1= -6.696902E-01	a0= 2.141509E-04 a1= -8.566037E-04 a2= 1.284906E-03 a3= -8.566037E-04 a4= 2.141509E-04	b1= -3.428459E+00 b2= -4.479272E+00 b3= -2.643718E+00 b4= -5.933269E-01	a0= 1.771089E-06 a1= -1.062694E-05 a2= 2.656634E-05 a3= -3.542179E-05 a4= 2.656634E-05 a5= -1.062694E-05 a6= 1.771089E-06	b1= -5.330312E+00 b2= -1.196612E+01 b3= -1.447067E+01 b4= -9.937710E+00 b5= -3.673282E+00 b6= -5.707562E-01

Таблица 20-1
Чебышевские фильтры низкой частоты (пульсации 0.5%)

Step Response Overshoot

Перерегулирование Реакции на скачок(ступень)

Butterworth and Chebyshev filters have an overshoot of 5 to 30% in their step responses, becoming larger as the number of poles is increased. Figure 20-3a shows the step response for two example Chebyshev filters. Figure (b) shows something that is unique to digital filters and has no counterpart in analog electronics: the amount of overshoot in the step response depends to a small degree on the cutoff frequency of the filter. The excessive overshoot and ringing in the step response results from the Chebyshev filter being optimized for the *frequency domain* at the expense of the *time domain*.

Фильтры Буттерворта и Чебышева имеют перерегулирование от 5% до 30% в их реакциях на скачок(переходной характеристике), становясь больше, по мере увеличения числа полюсов. На рисунке 20-3а показан пример реакции на скачок(переходной характеристики) для двух фильтров Чебышева. Рисунок (b) показывает кое-что, что уникально для цифровых фильтров и не имеет никакого дубликата в аналоговой электронике: количество перерегулирования в реакции на скачок(переходной характеристики) зависит в маленькой степени от частоты отсечки фильтра. Чрезмерное перерегулирование и звон в реакции на скачок(переходной характеристика) следуют из Чебышевского фильтра, оптимизируемого для *частотного домена* за счет *домена времени*.

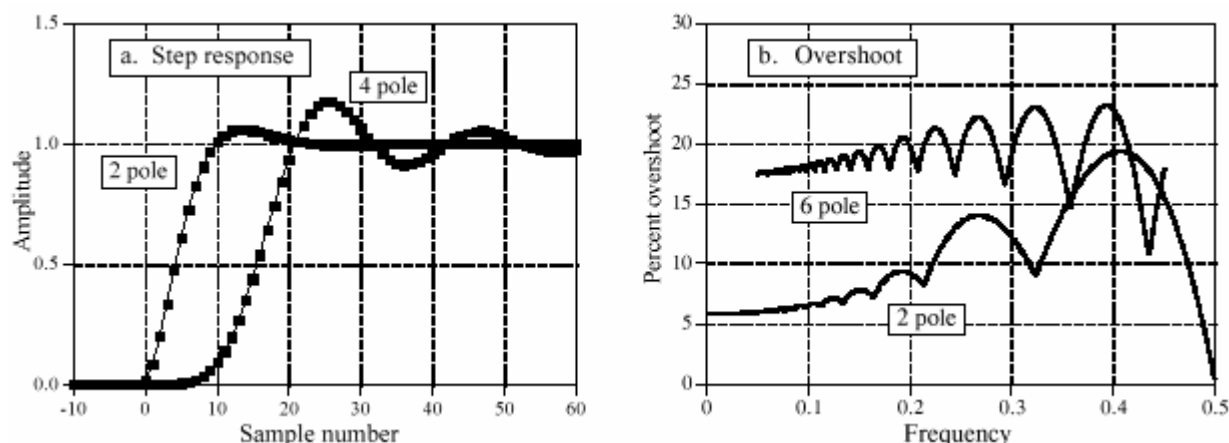


FIGURE 20-3. Chebyshev step response.

The overshoot in the Chebyshev filter's step response is 5% to 30%, depending on the number of poles, as shown in (a), and the cutoff frequency, as shown in (b). Figure (a) is for a cutoff frequency of 0.05, and may be scaled to other cutoff frequencies.

РИСУНОК 20-3. Чебышевская реакция на скачок(переходная характеристика).

Перерегулирование в реакции на скачок(переходной характеристики) Чебышевского фильтра - 5% - 30%, в зависимости от числа полюсов, как показано в (a), и частоте отсечки, как показано в (b). Рисунок (a) - для частоты отсечки 0.05, и может масштабироваться к другим частотам останова(отсечки; среза).

Stability

Стабильность

The main limitation of digital filters carried out by convolution is *execution time*. It is possible to achieve nearly any filter response, provided you are willing to wait for the result. Recursive filters are just the opposite. They run like lightning; however, they are limited in performance. For example, consider a 6 pole, 0.5% ripple, low-pass filter with a 0.01 cutoff frequency. The recursion coefficients for this filter can be obtained from Table 20-1:

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

Основное ограничение цифровых фильтров, выполненных сверткой - время выполнения. Возможно достичь почти любого ответа фильтра(частотной характеристики), если Вы желаете получить результат. Рекурсивные фильтры - только противоположность. Они работают подобно молнии; однако, они ограничены эффективностью. Например, рассмотрите 6 полюсов фильтра нижних частот, рябь 0.5 %, с частотой отсечки 0.01. Коэффициенты рекурсии для этого фильтра могут быть получены из таблицы 20-1:

```
a0= 1.391351E-10
a1= 8.348109E-10  b1= 5.883343E+00
a2= 2.087027E-09  b2= -1.442798E+01
a3= 2.782703E-09  b3= 1.887786E+01
a4= 2.087027E-09  b4= -1.389914E+01
a5= 8.348109E-10  b5= 5.459909E+00
a6= 1.391351E-10  b6= -8.939932E-01
```

Look carefully at these coefficients. The "b" coefficients have an absolute value of about *ten*. Using single precision, the round-off noise on each of these numbers is about one ten-millionth of the value, i.e. 10^{-6} . Now look at the "a" coefficients, with a value of about 10^{-6} . Something is obviously wrong here. The contribution from the input signal (via the "a" coefficients) will be 1000 times smaller than the *noise* from the previously calculated output signal (via the "b" coefficients). This filter won't work! In short, round-off noise limits the number of poles that can be used in a filter. The actual number will depend slightly on the ripple and if it is a high or low-pass filter. The approximate numbers for single precision are:

Внимательно посмотрите на эти коэффициенты. Коэффициенты "b" имеют абсолютное значение приблизительно десять. Используя одинарную прецизионность, шум округления на каждом из этих чисел приблизительно одна десяти-миллионная значения, то есть, 10^{-6} . Теперь посмотрите на коэффициенты "a", со значением приблизительно 10^{-9} . Кое-что здесь - очевидно неправильно. Вклад от входного сигнала (посредством коэффициентов "a") будет в 1000 раз меньше, чем шум от предварительно рассчитанного (посредством коэффициентов "b") сигнала выхода. Этот фильтр не будет работать! Короче говоря, шум округления ограничивает число полюсов, которые могут использоваться в фильтре. Фактическое число будет зависеть слегка от ряби и от того, является ли фильтр фильтром верхних или фильтром нижних частот. Приблизительное число для одинарной прецизионности:

Частота отсечки	0.02	0.05	0.10	0.25	0.40	0.45	0.48
Максимальное число полюсов	4	6	10	20	10	6	4

Таблица 20-3. Максимальное число полюсов для одинарной прецизионности.

The filter's performance will start to degrade as this limit is approached; the step response will show more overshoot, the stopband attenuation will be poor, and the frequency response will have excessive ripple. If the filter is pushed too far, or there is an error in the coefficients, the output will probably oscillate until an overflow occurs.

Эффективность фильтра начинает ухудшаться, по мере приближения к этому пределу; реакция на скачок(переходная характеристика) покажет большее количество перерегулирования, ослабление полосы задерживания будет плохое, и частотная характеристика будет иметь чрезмерную рябь. Если фильтр помещен слишком далеко, или имеется ошибка в коэффициентах, выход будет вероятно нестабильным, пока переполнение не происходит.

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

There are two ways of extending the maximum number of poles that can be used. First, use double precision. This requires using double precision in the coefficient calculation as well (including the value for p_i).

Имеются два пути увеличения максимального числа полюсов, которые могут использоваться. Во первых, используйте двойную прецизионность. Это требует также использования двойной прецизионности в вычислении коэффициента (включая значение для p_i).

The second method is to implement the filter in *stages*. For example, a six pole filter starts out as a cascade of three stages of two poles each. The program in Table 20-4 combines these three stages into a single set of recursion coefficients for easier programming. However, the filter is more stable if carried out as the original three separate stages. This requires knowing the "a" and "b" coefficients for each of the stages. These can be obtained from the program in Table 20-4. The subroutine in Table 20-5 is called once for each stage in the cascade. For example, it is called three times for a six pole filter. At the completion of the subroutine, five variables are return to the main program: A_0 , A_1 , A_2 , B_1 , & B_2 . These are the recursion coefficients for the two pole stage being worked on, and can be used to implement the filter in stages.

Второй метод состоит в том, чтобы осуществить(создавать) фильтр по *стадиям*. Например, шести полюсный фильтр начинают как каскад из трех стадий по два полюса каждый. Программа в таблице 20-4 объединяет эти три стадии в отдельный набор коэффициентов рекурсии для упрощения программирования. Однако, фильтр более устойчив если выполнен как оригинальный(подлинный) фильтр из трех отдельных стадий. Это требует знания коэффициентов "a" и "b" для каждой из стадий. Они могут быть получены от программы в таблице 20-4. Подпрограмма в таблице 20-5 вызывается однажды для каждой стадии в каскаде. Например, для шести полюсов фильтра, она вызывается три раза. При завершении подпрограммы, пять переменных - возвращаются к основной программе: A_0 , A_1 , A_2 , B_1 , и B_2 . Они - коэффициенты рекурсии для двух полюсов стадии, которые разрабатывают, и могут использоваться, чтобы осуществлять(создавать) фильтр постепенно.

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

```
100          'ФИЛЬТР ЧЕБЫШЕВА – ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ РЕКУРСИИ
110 '
120          'ИНИЦИАЛИЗАЦИЯ ПЕРЕМЕННЫХ
130 DIM A[22] 'содержит коэффициенты "a" после завершения программы
140 DIM B[22] 'содержит коэффициенты "b" после завершения программы
150 DIM TA[22] 'internal use for combining stages(внутреннее использование для объединения стадий)
160 DIM TB[22] 'internal use for combining stages(внутреннее использование для объединения стадий)
170 '
180 FOR I% = 0 TO 22
190 A[I%] = 0
200 B[I%] = 0
210 NEXT I%
220 '
230 A[2] = 1
240 B[2] = 1
250 PI = 3.14159265
260          'ВВОД ЧЕТЫРЕХ ПАРАМЕТРОВ ФИЛЬТРА (ENTER THE FOUR FILTER PARAMETERS)
270 INPUT "Введите частоту отсечки (0 - .5): ", FC (Enter cutoff frequency (0 to .5): ", FC)
280 INPUT "Введите 0 для LP, 1 для HP фильтра ", LH
290 INPUT "Введите процент ряби (0 - 29): ", PR (Enter percent ripple (0 to 29): ", PR)
300 INPUT "Введите число полюсов (2,4,...20): ", NP (Enter number of poles (2,4,...20): ", NP)
310 '
320 FOR P% = 1 TO NP/2 'ЦИКЛ ДЛЯ КАЖДОЙ ПАРЫ ПОЛЮСОВ (LOOP FOR EACH POLE-PAIR)
330 '
340 GOSUB 1000 'Подпрограмма в таблице 20-5 (The subroutine in TABLE 20-5)
350 '
360 FOR I% = 0 TO 22 'Добавление коэффициентов к каскаду(Add coefficients to the cascade)
370 TA[I%] = A[I%]
380 TB[I%] = B[I%]
390 NEXT I%
400 '
410 FOR I% = 2 TO 22
420 A[I%] = A0*TA[I%] + A1*TA[I%-1] + A2*TA[I%-2]
430 B[I%] = TB[I%] - B1*TB[I%-1] - B2*TB[I%-2]
440 NEXT I%
450 '
460 NEXT P%
470 '
480 B[2] = 0 'Конец объединения коэффициентов (Finish combining coefficients)
490 FOR I% = 0 TO 20
500 A[I%] = A[I%+2]
510 B[I%] = -B[I%+2]
520 NEXT I%
530 '
540 SA = 0          'НОРМАЛИЗУЙТЕ УСИЛЕНИЕ (NORMALIZE THE GAIN)
550 SB = 0
560 FOR I% = 0 TO 20
570 IF LH = 0 THEN SA = SA + A[I%]
580 IF LH = 0 THEN SB = SB + B[I%]
590 IF LH = 1 THEN SA = SA + A[I%] * (-1)^I%
600 IF LH = 1 THEN SB = SB + B[I%] * (-1)^I%
610 NEXT I%
620 '
630 GAIN = SA / (1 - SB)
640 '
650 FOR I% = 0 TO 20
660 A[I%] = A[I%] / GAIN
```

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

```
670 NEXT I%
680          ' Конечные коэффициенты рекурсии находятся в A[ ] и B[ ]
690 END
```

Таблица 20-4

```
1000 'THIS SUBROUTINE IS CALLED FROM TABLE 20-4, LINE 340
1010 '
1020 ' Variables entering subroutine: PI, FC, LH, PR, HP, P%
1030 ' Variables exiting subroutine: A0, A1, A2, B1, B2
1040 ' Variables used internally: RP, IP, ES, VX, KX, T, W, M, D, K,
1050 ' X0, X1, X2, Y1, Y2
1060 '
1070 ' Calculate the pole location on the unit circle
1080 RP = -COS(PI/(NP*2) + (P%-1) * PI/NP)
1090 IP = SIN(PI/(NP*2) + (P%-1) * PI/NP)
1100 '
1110 ' Warp from a circle to an ellipse
1120 IF PR = 0 THEN GOTO 1210
1130 ES = SQR( (100 / (100-PR))^2 - 1 )
1140 VX = (1/NP) * LOG( (1/ES) + SQR( (1/ES^2) + 1 ) )
1150 KX = (1/NP) * LOG( (1/ES) + SQR( (1/ES^2) - 1 ) )
1160 KX = (EXP(KX) + EXP(-KX))/2
1170 RP = RP * ( (EXP(VX) - EXP(-VX) ) / 2 ) / KX
1180 IP = IP * ( (EXP(VX) + EXP(-VX) ) / 2 ) / KX
1190 '
1200 ' s-domain to z-domain conversion
1210 T = 2 * TAN(1/2)
1220 W = 2*PI*FC
1230 M = RP^2 + IP^2
1240 D = 4 - 4*RP*T + M*T^2
1250 X0 = T^2/D
1260 X1 = 2*T^2/D
1270 X2 = T^2/D
1280 Y1 = (8 - 2*M*T^2)/D
1290 Y2 = (-4 - 4*RP*T - M*T^2)/D
1300 '
1310 ' LP TO LP, or LP TO HP transform
1320 IF LH = 1 THEN K = -COS(W/2 + 1/2) / COS(W/2 - 1/2)
1330 IF LH = 0 THEN K = SIN(1/2 - W/2) / SIN(1/2 + W/2)
1340 D = 1 + Y1*K - Y2*K^2
1350 A0 = (X0 - X1*K + X2*K^2)/D
1360 A1 = (-2*X0*K + X1 + X1*K^2 - 2*X2*K)/D
1370 A2 = (X0*K^2 - X1*K + X2)/D
1380 B1 = (2*K + Y1 + Y1*K^2 - 2*Y2*K)/D
1390 B2 = (-(K^2) - Y1*K + Y2)/D
1400 IF LH = 1 THEN A1 = -A1
1410 IF LH = 1 THEN B1 = -B1
1420 '
1430 RETURN
```

Таблица 20-5

ТАБЛИЦА 20-4 и 20-5.

Программа, для вычисления коэффициентов "a" и "b" для рекурсивных фильтров Чебышева.

В строках 270-300, четыре параметра введены в программу. Частота отсечки, FC, выражена как дробь(доля) выборочной частоты, и поэтому должна быть в диапазоне: от 0 до 0.5. Переменная, LH, установлена в значение 1 для фильтра верхних частот, и 0 для фильтра нижних частот. Значение, введенное для PR должно быть в диапазоне от 0 до 29, соответствуя ряби от 0 до 29 % в частотной характеристике фильтра. Число полюсов в фильтре, введенном в переменную NP, должен быть четным целым числом между 2 и 20. При завершении программы, коэффициенты "a" и "b" сохранены в массивах A[] and B[] ($a_0 = A[0]$, $a_1 = A[1]$, и т.д.). ТАБЛИЦА 20-5 - подпрограмма, вызываемая от строки 340 из основной программы. Шесть переменных передают к этой подпрограмме, и пять переменных возвращены. Таблица 20-6 (следующая страница)

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

содержит два набора данных, чтобы помочь отладить эту подпрограмму. Функции: COS и SIN - используют радианы, не градусы. Функция: LOG натуральный (основание e) логарифм. Объявление всех переменных с плавающей запятой (включая значение π) с двойной прецизионностью, позволят использовать большее количество полюсов. Таблицы 20-1 и 20-2 были сгенерированы этой программой и могут использоваться, чтобы проверить на надлежащую операцию. Глава 33 описывает математическую операцию этой программы.

НАБОР ДАННЫХ 1 НАБОР ДАННЫХ 2

Введите подпрограмму с этими значениями:

FC = 0.1	FC = 0.1
LH = 0	LH = 1
PR = 0	PR = 10
NP = 4	NP = 4
P% = 1	P% = 2
PI = 3.141592	PI = 3.141592

Эти значения должны присутствовать в строке 1200:

RP = -0.923879	RP = -0.136178
IP = 0.382683	IP = 0.933223
ES = not used	ES = 0.484322
VX = not used	VX = 0.368054
KX = not used	KX = 1.057802

Эти значения должны присутствовать в строке 1310:

T = 1.092605	T = 1.092605
W = 0.628318	W = 0.628318
M = 1.000000	M = 0.889450
D = 9.231528	D = 5.656972
X0 = 0.129316	X0 = 0.211029
X1 = 0.258632	X1 = 0.422058
X2 = 0.129316	X2 = 0.211029
Y1 = 0.607963	Y1 = 1.038784
Y2 = -0.125227	Y2 = -0.789584

Эти значения должны быть возвращены к главной программе (Main):

A0 = 0.061885	A0 = 0.922919
A1 = 0.123770	A1 = -1.845840
A2 = 0.061885	A2 = 0.922919
B1 = 1.048600	B1 = 1.446913
B2 = -0.296140	B2 = -0.836653

ТАБЛИЦА 20-6. Отладка данных.

Эта таблица содержит два набора данных для отладки подпрограммы, приведенной в Таблице 20-5.