МЕТОДЫ РАСЧЕТНОЙ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ДАТЧИКОВ

Санкт-Петербургский государственный технический университет
В.Д. Мазин, mailto:masin@mit.nord.nw.ru

Электронная версия книги подготовлена фирмой АВТЭКС Санкт-Петербург,
http://www.autex.spb.ru, E-mail: info@autex.spb.ru

УДК 621.3.083:681.2.088 **В.Д.Мазин**

МЕТОДЫ РАСЧЕТНОЙ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ДАТЧИКОВ

Описывается технология расчетного оценивания погрешностей датчиков. Систематизируются источники погрешностей. Выделяются 4 метода расчетной оценки, приводятся их достоинства и недостатки, рекомендуются области применения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Расчетная оценка погрешностей датчика экономит время и деньги, т.к. исключает необходимость дорогих экспериментов, либо по меньшей мере ограничивает их количество. Кроме того, экспериментальная оценка и вовсе невозможна, если погрешности вызываются многообразными причинами, проявляющимися в виде факторов, изменяющихся случайным образом. Калибровка же обычно проводится, как известно, при вполне определенных условиях.

Задачу данной статьи автор видит в выделении и сопоставлении имеющихся сегодня способов расчета характеристик погрешностей датчиков. При этом под расчетом понимается процедура, при которой осуществляется суммирование отдельных составляющих.

Корректная и полная оценка подразумевает следующие шаги:

- выделение источников погрешностей,
- расчетное и/или экспериментальное определение вызываемых этими источниками отклонений,
- суммирование составляющих.

ИСТОЧНИКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ И ИХ ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Погрешности при использовании датчиков возникают по следующим причинам:

1. Влияние датчика на объект. Разумеется, эта погрешность может быть оценена лишь тогда, когда объект известен.

2. Технологические отклонения конструктивных параметров от их номинальных значений. К конструктивным параметрам относятся характеристики материалов, размеры деталей, показатели качества сборки, параметры электронных компонентов. Разумеется, их отклонения только тогда являются источниками погрешностей, когда не проводится индивидуальная калибровка, а датчику приписывается единая для всей серии градуировочная характеристика.

3. Воздействие факторов окружающей среды. К последним по логике вещей следует относить и неинформативные параметры объекта, поскольку последний является частью среды, окружающей датчик, а в отдельных случаях попросту совпадает с нею. Т.к. одним из этих параметров является скорость изменения измеряемой величины, сюда следует причислить и динамическую погрешность датчика. Сюда также относится временной уход характеристик датчика (старение) как результат влияния внешнего фактора – времени. Хотя это и должно показаться необычным, но погрешность линейности тоже оказывается результатом воздействия неинформативных параметров объекта. Действительно, поскольку нелинейность может быть выражена степенным полиномом $\Delta y = \sum_{2}^{n} a_i x^i$, это означает, что на датчик воздействуют неинформативные параметры сигнала вида x^i. Хотя они и «сопровождают» x всегда и в любом случае, они имеют иную размерность, нежели x, и не могут отождествляться с последним. Датчик подобно фильтру пропускает те «гармоники» x^i, чувствительностью к которым он обладает.

4. Гистерезис функции преобразования.

5. Квантование выходного сигнала, если в датчике осуществляется кодовая модуляция.

6. Неточность калибровки.

В том случае, если параметры и факторы воспринимаются как случайные величины (а это имеет место в подавляющем большинстве случаев), требуются их законы распределения. Задание этих законов является наиболее трудным этапом метрологического анализа. Что касается факторов окружающей среды, то их законы распределения в принципе должны указываться в техническом задании. Однако в большинстве случаев такие сведения отсутствуют, и разработчик сам решает вопрос о законах распределения либо используя другие, более доступные характеристики /1/, либо руководствуясь собственным опытом. При отсутствии всякой априорной информации о законе распределения разумно, исходя из концепции максимальной неопределенности, принять его равномерным.

Распределения значений конструктивных параметров в пределах их технологических допусков определяются принятыми технологиями и используемой при этом контрольно-измерительной аппаратурой. Вместе с тем можно указать три наиболее употребительных для данного случая вида распределения (Рис. 1). Все они обладают четкими границами, за пределами которых изделия бракуются. В первом случае мы имеем нормальный закон, усекаемый в пределах допуска (Рис. 1а). Во втором случае (Рис. 1б) распределение считается равномерным в пределах $\pm\Delta x_i$, однако учитывается, что отбраковка производится с помощью измерительной аппаратуры, которая сама обладает погрешностями. Последнее обстоятельство «размывает» границы распределения, которые можно представить скошенными. Наконец, в третьем случае (рис. 1в) распределение считается просто равномерным.

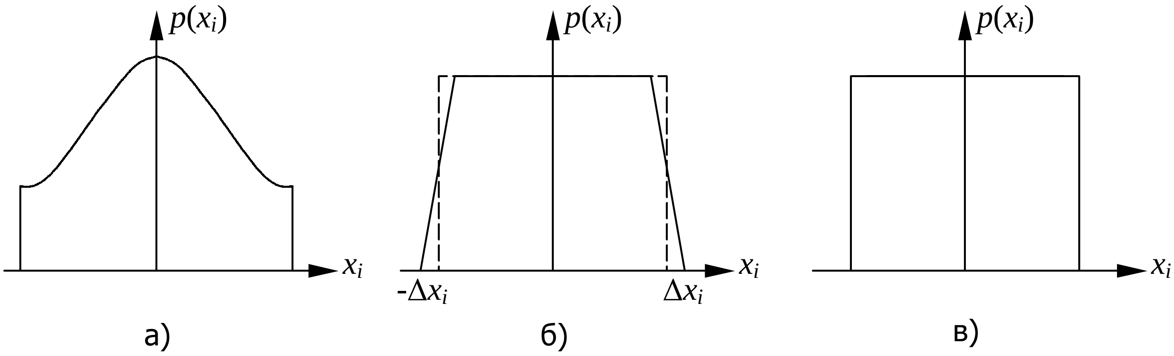

Рис.1

Можно рекомендовать следующий практический прием: если имеются основания считать, что плотность вероятности убывает с удалением от центра распределения, последнее принимается нормальным, в противном случае оно считается равномерным (разумеется, если отсутствуют данные, позволяющие указать закон распределения более точно). Такой упрощенный подход оправдывается тем, что результат оценки при значительном числе источников погрешности и обычных невысоких требованиях к точности этого результата (1–2 значащих цифры) не слишком критичен к виду законов распределения отдельных составляющих.

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

В принципе таких методов можно указать четыре:

- с использование среднеквадратических значений /1, 2/,
- векторно-аналитический /3, 4/,
- упрощенный векторно-аналитический,
- статистическое моделирование (метод статистических испытаний) /5/.

Практически все они, в принципе допуская любую степень взаимной коррелированности отдельных составляющих, практически применяются лишь в ситуациях, когда такая корреляция отсутствует.

Первый из методов основывается на определении и суммировании среднеквадратических значений (с.к.з.) отдельных составляющих независимо от того, дается в итоге точечная (среднеквадратическая) оценка, или с ее помощью оценивается интервал неопределенности (доверительное значение) /1, 2/. При этом составляющие делятся на аддитивные и мультипликативные и определяются с помощью соответствующих частных производных. Так, коэффициент, характеризующий воздействие влияющего фактора x_i на чувствительность S

$$k_i = \frac{\partial S}{\partial x_i} \qquad (1)$$

Не вдаваясь в детали метода, различным образом преподносимого авторами /1/ и /2/, можно указать его общую формулу суммирования составляющих погрешности σ_i и σ_j:

$$\sigma_\Sigma = \left(\sum_{i,j} r_{ij} \sigma_i \sigma_j \right)^{0,5},$$

где r_{ij} означает коэффициент взаимной корреляции. Т.к. параметры-причины обычно заданы интервалами их изменения, и чаще всего желательно в такой же форме получить результат, необходим переход от доверительных значений к среднеквадратическим и обратно.

В итоге порядок действий при использовании данного метода оказывается следующим:

- нахождение с.к.з. входных воздействий,
- определение соответствующих с.к.з. по выходу,
- суммирование этих составляющих,
- определение доверительных значений суммарных оценок.

Достоинство метода заключается в простоте суммирования отдельных некоррелированных составляющих. К недостаткам следует отнести два момента. Во первых, используемые постоянные значения частных производных (1), определенные при фиксированных значениях остальных факторов, дают возможность найти оценки не суммарного многомерного закона распределения, а его частных сечений, причем, вполне возможно, не самых опасных. Во-вторых, для перехода к доверительному значению суммарной погрешности необходимо знание результирующего закона распределения, что часто оказывается непреодолимо сложным.

Второй способ, который может быть назван векторно-аналитическим, основан на представлении всех случайных и систематических отклонений в многомерном векторном пространстве /3, 4/. Что касается векторного характера совокупности случайных величин, то он виден уже из вышеприведенной формулы для суммирования с.к.з. Она соответствует правилу суммирования векторов. Векторно-аналитическая модель распространяет эту аналогию на доверительные значения. На рис. 2 векторы γ_{x1} и γ_{x2} представляют относительные доверительные значения двух «входных отклонений», которые вызывают соответствующие относительные погрешности γ_{y1} и γ_{y2} на выходе датчика. Большей доверительной вероятности $P_{д2}$ соответствуют большие длины векторов.

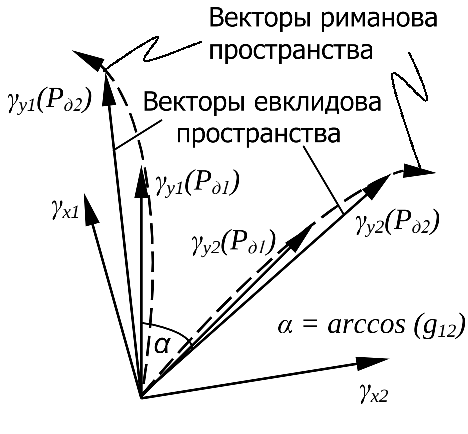

Рис.2.

При монотонности зависимости $y = f(x_i)$, которая чаще всего имеет место,

$$\gamma_{yi} = \left| \frac{y(x_{ib}) - y(x_{ia})}{2y} \right|,$$

где x_{ia} и x_{ib} – доверительные границы x_i, y – выбранная точка диапазона изменения выходного сигнала. В общем случае вектор входных отклонений связан с вектором погрешностей по выходу аффинором – тензором чувствительностей /5/. Его координаты

$$a_{ij} = \frac{d\gamma_y}{d\gamma_{xi}} \frac{d\gamma_{xi}}{d\gamma_{xj}}.$$

При этом речь идет об относительной чувствительности воздействия j-той координаты на i-тую и далее на выходную величину. В общем случае подразумевается взаимодействие всех координат друг с другом. При i = j имеется в виду непосредственное влияние соответствующей переменной на выходную величину. Требуемый для заполнения матрицы аффинора учет всевозможных регулярных взаимосвязей делает аффинор в высокой степени информативным.

Заполнение матрицы предполагает возможность математического описания соответствующих зависимостей. Правильный выбор координатной системы и пренебрежение слабыми зависимостями приводят к диагональной матрице, которая существенно упрощает расчеты.

Геометрию пространства (углы между координатными осями) определяет метрический тензор **G** (рис. 2, угол α). Он зависит от законов распределения отдельных составляющих, доверительной вероятности, отношения γ_{yi}/γ_{yj} и взаимной корреляции /3, 4/, при этом полагается, что последняя не учитывает регулярных взаимосвязей, описываемых аффинором. Строго говоря, тензор задан в каждой отдельной точке, что означает наличие обычных, прямолинейных векторов (евклидово пространство) только в каждой бесконечно малой области. Тем самым пространство оказывается кривым (римановым). Однако в большинстве случаев пространство можно рассматривать как прямое. В таком пространстве все составляющие суммируются по правилу

$$\gamma_\Sigma = \left(\sum_{i,j} g_{ij} \gamma_{yi} \gamma_{yj} \right)^{0,5}.$$

Последовательность шагов при реализации данного метода следующая:
- составление входного вектора,
- определение аффинора (при необходимости),
- определение выходного вектора,
- определение метрического тензора,
- определение доверительных значений суммарных оценок.

Векторно-аналитический метод обладает следующими достоинствами:
- весь расчет проводится на уровне интервальных оценок (без пересчета в среднеквадратические), что хорошо согласуется с наиболее понятным способом представления неопределенностей;
- не требуется знания вида распределений суммарных оценок.

Платой за эти достоинства является относительная сложность метода. Кроме того, в данном случае, как и в предыдущем, находятся оценки частных сечений суммарного многомерного закона распределения.

Упрощенным, нередко применяемым вариантом векторно-аналитического метода является такой, при котором матрица метрического тензора принимается единичной, ввиду чего

$$\gamma_{\Sigma} = \left(\sum_i \gamma_i^2 \right)^{0,5} \qquad (2)$$

Это соответствует случаю, когда все γ_i некоррелированы и распределены по одному закону, причем по такому, который не меняется при образовании их композиции. Среди симметричных распределений это имеет место лишь у нормального распределения и распределения Коши.

Последняя формула приблизительно соблюдается для всех наиболее употребительных экспоненциальных распределений при значениях доверительной вероятности $P_д$ 0,8 и 0,9 /3, 4/. Что касается наиболее часто используемой вероятности $P_д$ = 0,95, то, как показывают некоторые исследования, при этом оценки по первому способу и формуле (2) весьма часто практически совпадают.

Данный способ из вышеперечисленных обладает максимальной простотой, поэтому желательно его более широкое исследование как в отношении видов вероятностных распределений, так и в отношении более высокой доверительной вероятности ($P_д$ = 0,99).

При использовании метода статистических испытаний, называемого также методом Монте-Карло, на вход математической модели датчика подаются не оценки, а сами значения случайных величин. С помощью функциональных взаимосвязей между величинами на входе и выходе определяются рассеяния значений выходной величины, происходящие под влиянием как одной, так и нескольких причин.

Метод подразумевает наличие эффективного генератора случайных чисел, причем важно, чтобы он для определенного распределения обладал достаточно большой мощностью. Такой генератор имеется, например, в системе MathCAD.

На первом шаге статистического моделирования на основе имеющихся данных задаются входные распределения и определяются показатели их ширины r_i. Для этого в общем случае используется уравнение

$$F_i(\pm \gamma_{xi}, r_i) = \frac{1 \pm P_д}{2},$$

где F_i – интегральная функция распределения. На втором шаге вводятся отвечающие входным распределениям числовые ряды, включая экспериментальные статистики, и определяются соответствующие статистики для выходной величины. На третьем шаге следует нахождение по выходным статистикам необходимых оценок, например, толерантных пределов /6, 7/.

Достоинствами данного метода являются:

- относительная простота,
- полная информация о неопределенности выходной величины – ее распределение,
- возможность получения оценок, соответствующих всему суммарному многомерному распределению, а не его отдельным сечениям, что отличает данный метод от всех остальных. Такие оценки, как показывают исследования, могут совпадать с оценками по методу, использующему с.к.з., но могут и существенно превышать последние (максимальное полученное превышение – в 2,7 раза).

Понятно, что, несмотря на относительную простоту, метод может использоваться только при компьютерной поддержке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В итоге можно сделать следующие выводы:

1) Метод, использующий с.к.з., а также упрощенный векторно-аналитический метод дают возможность простого, однако приблизительного анализа, к результатам которого не предъявляются сколько-нибудь высокие требования. При этом следует считаться с достаточно высокой вероятностью получения существенно заниженных результатов.
2) Векторно-аналитический метод наиболее сложен, но и наиболее информативен. Он оправдан преимущественно при проектировании датчиков для массового выпуска, а также в других ответственных случаях, когда влияние источников погрешности должно быть изучено всесторонне и глубоко, причем должны быть предусмотрены различные условия эксплуатации. При этом эксперимент надлежащей полноты либо практически невозможен, либо связан с большими затратами.
3) Для подавляющего большинства случаев следует рекомендовать статистическое моделирование как метод, представляющий компромисс между простотой и информативностью анализа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проектирование датчиков для измерения механических величин / Е.П.Осадчий, А.И.Тихонов, В.И.Карпов и др. М., 1979. 480 с.

2. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. 2-е изд., перераб. и доп. Л., 1991. 303 с.

3. Мазин В.Д. Метрологический анализ датчиков. «ПСУ», 1995, № 10, С. 37 – 40.

4. Мазин В.Д. Датчики автоматических систем. Метрологический анализ. СПб, 2000. 80 с.

5. Masin W. Berechnete Fehlerbewertung für Sensoren, Meßgeräte und Meßkanäle. Berichte des 44. wiss. Kolloquiums der TU Ilmenau. Ilmenau, 1999. S. 140 – 145.

6. Wilks S.S. Mathematical Statistics. New York, 1962. 632 P.

7. Murphy R.B. // Ann. Math. Stat. 1948. Vol. 19. P. 581.