

## РАСЧЕТ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С УЧЕТОМ ДИНАМИКИ КАНАЛА ВЛИЯНИЯ

### EVALUATION OF COMPLEMENTARY ERROR OF MEASURING TRANSDUCERS TAKING INTO ACCOUNT THE DYNAMIC PROPERTIES OF THE CHANNEL OF INFLUENCE

Ангарск, Ангарская Государственная Техническая Академия  
Angarsk, Angarsk State Technical Academy

Measuring transducers are considered, the signal on which input can be represented as steady accidental process. The technique of calculation of a multiplicative and complementary error from influence quantities is offered taking into account the dynamic properties of the channel of influence. The models of signals on the input of the transducers and signal forming a complementary error consist of the mutually correlated steady accidental process.

В [1] и [2] была произведена оценка дополнительной погрешности измерительных преобразователей для случая, когда полезный сигнал и влияющая величина статистически независимы, а также для случая, когда они коррелированы. В обоих случаях предполагалось, что тракты прохождения полезного сигнала и влияющей величины являются безинерционными, или, по крайней мере их характеристики и частотный спектр сигналов таковы, что искажениями формы сигналов можно пренебречь. На практике это довольно часто встречающийся случай, и практическая полезность выполненных расчетов не вызывает сомнения. Однако, рассмотрение ряда типов приборов и методов измерения показывает, что инерционность, по меньшей мере одного канала (полезного сигнала или параметра влияющего фактора), должна быть учтена. Так, например, постоянная времени кулонометрического гигрометра составляет величину порядка десятков секунд или единиц минут, а время воздействия изменений внешней температуры измеряется десятками минут.

С другой стороны, в этом же случае, рассматривая в качестве влияющего фактора не внешнюю температуру, а напряжение сети, убеждаемся в том, что нужно рассматривать как инерционный канал – канал полезного сигнала, а динамическими характеристиками влияющего фактора можно пренебречь так, как основным инерционным элементом в этом канале является фильтр выпрямителя, постоянная времени которого не превышает нескольких секунд. Количество рассмотренных примеров можно увеличить, и все они свидетельствуют о необходимости разработки методики оценки дополнительной погрешности от влияющего фактора, воздействующего через динамическое звено.

Целью данной работы является нахождение дополнительной погрешности от коррелированных внешних воздействий, представленных как случайные процессы, при учете динамических (инерционных) свойств канала влияющей величины. Также принимается, что функция влияния является линейной, а погрешность мультипликативной.

Абсолютное значение дополнительной погрешности измерительного преобразователя определяется следующим образом [2]:

$$D_{don} = y(t) - x(t) = ax(t) \varepsilon(t),$$

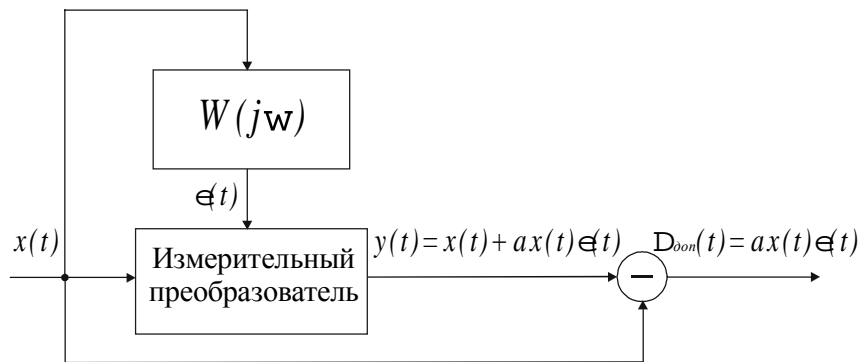
где  $y(t)$  – сигнал на выходе измерительного преобразователя;  $x(t)$  – входная (измеряемая) величина;  $\varepsilon(t)$  – влияющая величина;  $a$  – коэффициент влияния. Математическое ожидание (м.о.) квадрата дополнительной погрешности без учета динамических характеристик канала влияющей величины имеет вид [2]:

$$M \{ D_{don}^2 \} = a^2 \left[ m_x^2 m_e^2 + m_x^2 S_e^2 + m_e^2 S_x^2 + S_x^2 S_e^2 (1 + 2r_{xe}^2) + 4S_x S_e m_x m_e r_{xe} \right] \quad (1)$$

где  $m_x$  – м.о. входного воздействия;  $m_e$  – м.о. влияющей величины;  $S_x^2$  – дисперсия входного сигнала;  $S_e^2$  – дисперсия влияющей величины;  $r_{xe}$  – коэффициент корреляции между входным сигналом и влияющей величиной.

В том случае, когда измеряемая величина одновременно является влияющей величиной, коэффициент корреляции  $r_{xe} = 1$ . При наличии в одном из каналов динамического звена, передаточная функция, которая обозначена через  $W(j\omega)$  (рис. 1), коэффициент корреляции примет отличное от

единицы значение. Для того чтобы воспользоваться выражением (1) необходимо вычислить значение коэффициента корреляции для процессов  $x(t)$  и  $e(t)$ .



*Рисунок 1. Структурная схема процесса формирования дополнительной погрешности с учетом динамических свойств канала влияния  
The structural pattern of the complementary error formation process that takes into account dynamic qualities of the dominant channel*

В качестве динамического звена в канале влияющей величины примем инерционное звено, для которого:

$$W(jw) = \frac{1}{1 + jwT}, \quad (2)$$

где  $w$  – частота;  $T$  – постоянная времени инерционного звена.

Примем далее, что спектральная плотность входного воздействия имеет следующий вид:

$$S_x(w) = \frac{2s_x^2 a}{p(a^2 + w^2)}, \quad (3)$$

где  $a$  – параметр спектральной плотности. Искомый коэффициент корреляции можно определить из выражения для взаимнокорреляционной функции (ВКФ), положив параметр  $t = 0$ . Определим дисперсию процесса  $e(t)$  на выходе инерционного звена:

$$s_e^2 = \int_0^{+\infty} S_x(w) |W(jw)|^2 dw = \frac{s_x^2}{1 + aT}. \quad (4)$$

Тогда ВКФ может быть определена из выражения:

$$R_{xe}(t, T) = \frac{2s_x a}{ps_e} \int_0^{+\infty} \text{Re}[S_{xe}(jw)] \cos(wt) dw, \quad (5)$$

где  $S_{xe}(jw) = S_x(w) W(jw)$ .

Выполнив преобразования с учетом (4) и перейдя к пределу при  $t = 0$  получаем следующее выражение для коэффициента корреляции:

$$r_{xe}(T) = \frac{1}{\sqrt{1 + aT}} \quad (6)$$

Таким образом, м.о. квадрата дополнительной погрешности, с учетом динамического звена вида (2) определяется по следующей формуле:

$$M \{ D_{don}^2 \} = a^2 \left[ \frac{1}{1 + aT} + \frac{2}{1 + aT} + 4s_x s_e m_x m_e \frac{1}{\sqrt{1 + aT}} \right] \quad (7)$$

где  $m_e = m_x = m$ . Выражение (7) может быть упрощено:

$$M \{ D_{don}^2 \} = a^2 \left[ m^4 + m^2 (S_e^2 + S_x^2) + S_x^2 S_e^2 \left( 1 + \frac{2}{1+aT} \right) + 4S_x S_e m^2 \frac{1}{\sqrt{1+aT}} \right] \quad (8)$$

В качестве примера другого вида динамического звена воспользуемся звеном чистого запаздывания:

$$W(j\omega) = e^{-j\omega T} \quad (8)$$

При спектральной плотности входного воздействия вида (3) определим ВКФ, соответствующую динамическому звену (8), учитывая, что для случая чистого сдвига  $S_x = S_e$ :

$$R_{xe}(t, T) = \frac{2a}{P^2} \int_0^{T+t} \frac{\cos[\omega(T+t)]}{a^2 + \omega^2} d\omega \quad (9)$$

При  $t = 0$  коэффициент корреляции будет определяться выражением:

$$r_{xe}(T) = e^{-aT} \quad (10)$$

Математическое ожидание квадрата дополнительной погрешности, с учетом динамического звена вида (8) определяется по следующей формуле:

$$M \{ D_{don}^2 \} = a^2 \left[ m^4 + m^2 (S_e^2 + S_x^2) + S_x^2 S_e^2 (1 + 2e^{-2aT}) + 4S_x S_e m e^{-aT} \right] \quad (11)$$

Таким образом, при учете динамических свойств канала влияющей величины, в выражение (1) вместо коэффициента корреляции  $r_{xe}$  следует поставить коэффициент корреляции рассчитанный либо с помощью формулы (6), либо (10), в зависимости от того, какое звено характеризует динамические свойства канала влияющего воздействия. Если динамическое звено характеризует выражение (2), то дисперсия сигнала влияющей величины определяется из соотношения (4).

Для определения степени влияния динамического звена на величину погрешности разделим левую и правую часть выражения (1) на  $m^4 a^2$  и обозначим  $V_x = \frac{S_x}{m}$  и  $V_e = \frac{S_e}{m}$ , где  $V_x$  и  $V_e$  –

коэффициенты вариации процессов  $x(t)$  и  $e(t)$ . Тогда приведенная функция дополнительной погрешности:

$$F(V_e, V_x, r_{xe}) = \frac{M \{ D_{don}^2 \}}{m^4 a^2} = 1 + V_e^2 + V_x^2 + V_e^2 V_x^2 (1 + 2r_{xe}^2) + 4V_e V_x r_{xe}.$$

Для иллюстрации характера полученной зависимости построим график (рисунок 2), полагая  $V_e = V_x = V$ ,  $0,5 \leq V \leq 1$  для случая, когда в канале влияющего воздействия динамическое звено вида (2):

$$F(V, T) = 1 + V^2 \left( 1 + \frac{5}{1+aT} \right) + V^4 \frac{1}{1+aT} \left( 1 + \frac{2}{1+aT} \right) \quad (12)$$

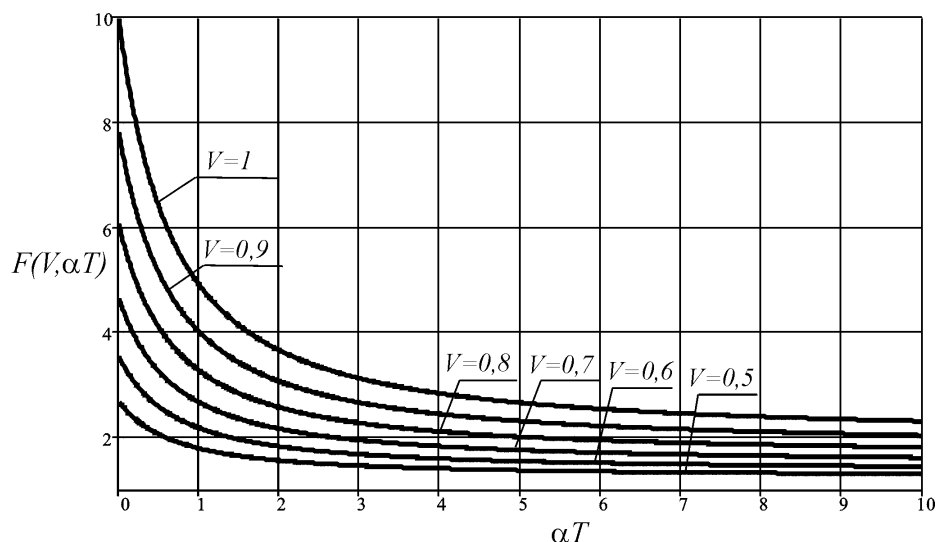


Рисунок 2. Зависимости функции дополнительной погрешности от постоянной времени инерционного звена  
 The plot of function of complementary error versus the time constant of the inertial chain

На рисунке 3 представлено семейство кривых для случая, когда в канале влияющего воздействия динамическое звено вида (8), а функция (12) преобразуется в следующий вид:

$$F(V, T) = 1 + 2V^2 \left( 1 + 2e^{-aT} \right) + V^4 \left( 1 + 2e^{-2aT} \right), \quad (13)$$

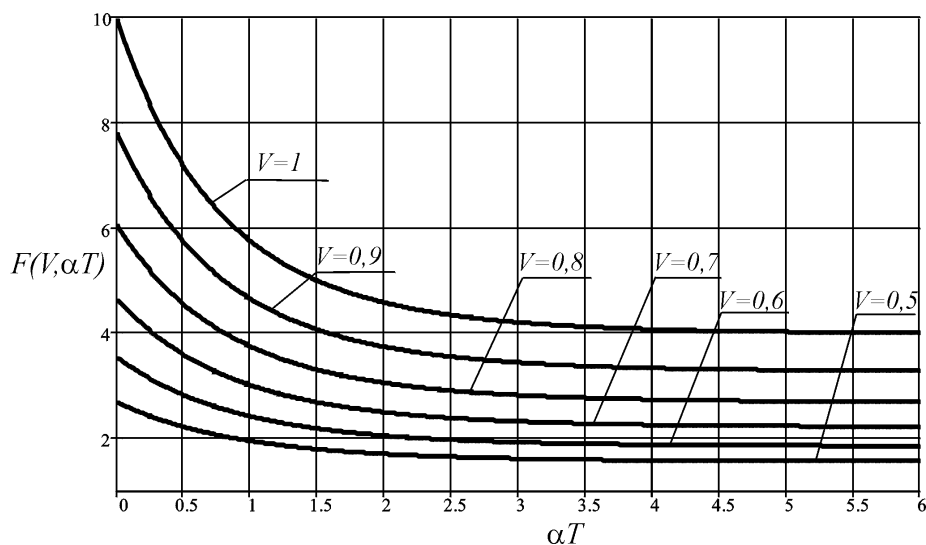


Рисунок 3. Зависимости функции дополнительной погрешности от постоянной времени звена чистого запаздывания  
 The plot of function of complementary error versus the time constant of the chain pure lagging

Как видно из графиков функции  $F(V, T)$ , при учете динамических свойств каналов влияния дополнительная погрешность может изменяться в 2, 4,5 раза.

Литература:

1. Пинхусович Р.Л., Кузнецов Б.Ф. Метод расчета дополнительной погрешности измерительных преобразователей стохастических сигналов, «Измерительная техника», Москва 2002. (в печати)
2. Пинхусович Р.Л., Кузнецов Б.Ф. Оценка погрешности от коррелированных внешних воздействий при динамических измерениях. Материалы IV региональной научно-практической конференции «Интеллектуальные и материальные ресурсы Сибири». Серия «Естественные науки» 28 февраля – 1 марта 2001 года, Иркутск 2001.
3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. «Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений». – М.: ГИФМЛ, 1971.